

tablor.sty

La machine à créer des tableaux de signes et de variations

Guillaume CONNAN

<http://gconnan.free.fr>

23 janvier 2008 - Version 1.4

I - Ça sert à quoi ?

Il s'agit d'obtenir rapidement un tableau de signe ou un tableau de variation en entrant un minimum de commandes.

II - Comment ça marche ?

a. Principe général

On entre une instruction qu'on envoie via \LaTeX à **XCAS** qui effectue un certain nombre de calculs (résolution d'équations, calcul de limites). **XCAS** renvoie un résultat sous la forme d'un script **MetaPOST** qui est compilé. Un tableau est créé et ensuite inséré dans le document tex.

b. Rentrons dans les détails

En utilisant un environnement **tablor**, de nombreux fichiers sont créés dans le répertoire courant puis effacés par la commande `nettoyer` si vous le souhaitez :

- ➡ des fichiers d'extension `.cxx` : il s'agit du fichier le plus important. C'est le programme **XCAS** qui « fabrique » le tableau. Vous pouvez l'utiliser tel quel dans une session **XCAS** ou **giac**.
- ➡ des fichiers d'extension `.giac` qui regroupent des instructions lues et exécutées par **giac**. Les lignes importantes sont :

```
read("XcasTV.cxx"); // giac charge le programme
Sortie:=fopen("XCasmpTV.mp"); // la sortie portera l'extension metapost
vect.xcas.user := read("XCasTV.user"); // giac lit les paramètres rentrés dans
le fichier tex
```

- ➡ des fichiers d'extension `.user` qui sont créés par \LaTeX grâce à l'environnement `VerbatimOut` de l'extension `fancyvrb` : il s'agit en fait de la commande qui se trouve par exemple entre `\begin{TVI}` et `\end{TVI}`.

III - De quoi a-t-on besoin ?

- ➔ Il faut avoir installé **XCAS**, logiciel multi-plateforme de calcul et de programmation :
http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/%7Eparisse/giac_fr.html;
- ➔ il faut avoir le fichier de macros **MetaPOST** `tableauVariation.mp` de Frédéric Mazoit :
http://frederic.mazoit.free.fr/LaTeX_metapost/tableauVariations/;
Pour ceux qui sont guère habitués à **MetaPOST**, cela ne pose aucun problème car les scripts et compilations **MetaPOST** se font automatiquement. Il suffit de créer dans son `texmf` personnel une arborescence du style : `./texmfperso/metapost/tablор/` et d'y placer `tableauVariation.mp` puis un `rehash`. C'est exactement la même démarche que pour installer une nouvelle extension **LaTeX**.
- ➔ il faut être en mode `shell-escape` pour autoriser les sorties de la compilation `tex`. Pour **emacs**, on rajoute en fin de fichier `%% LaTeX-command: "latex --shell-escape" ***`; pour les autres éditeurs, il faut modifier la commande de compilation. Sinon, on peut modifier le fichier `texmf.cnf` pour que le mode soit automatisé en modifiant la ligne suivante : `shell-escape t`;
- ➔ il faut avoir à disposition l'extension `fancyvrb`;
- ➔ pour ceux qui compilent avec `pdfLaTeX`, il faut avoir effectué les petits réglages nécessaires à l'utilisation de figures produites par **MetaPOST**; Pour cela, il suffit de rajouter dans le préambule :
`\DeclareGraphicsRule{*}{mps}{*}{}{}`
- ➔ il faut installer le fichier `tablор.sty` dans son `texmf` personnel.



Pour les utilisateurs de Microsoft Windows, remplacer `\immediate\write18{giac<#1 }` par `\immediate\write18{giac #1 }` dans le fichier `tablор.sty` pour permettre le `shell-escape`.
Pour les utilisateurs de TeXnicCenter, observez cette **explication** du paramétrage du `shell-escape`. On peut par exemple mettre :

`-enable-write18 -shell-escape -src -interaction=nonstopmode "%Wm".`

Sur TeXmaker, c'est `latex -enable-write18 -shell-escape -interaction=nonstopmode %.tex`.

Pour faire comprendre à XP où trouver **giac**, vous pouvez modifier le path en suivant ces instructions :

Demarrer->Panneau de configuration->Système onglet Avancé->Variable d'environnement.

Le séparateur est le point virgule. (Merci à Gaëtan et à Daniel).



L'extension `fancybox` rentre en conflit avec `fancyvrb` qu'utilise `tablор` car elles définissent toutes deux différemment l'environnement `VerbatimOut`.



Quatre nouvelles commandes sont créées : `\tv`, `\nettoyer`, `\bouger`, `\recup`, `\executGiacmp`. Attention aux conflits si de tels noms existent quelque part dans vos fichiers personnels.



Le fichier `tablor.sty` est codé en latin-1. Certains devront donc le convertir en utf-8.

IV - Comment l'utiliser ?

a. Préambule

Les ECM donnés en exemple correspondent à une compilation \LaTeX +dvi+dvips. Pour pdf \LaTeX , rajouter `\DeclareGraphicsRule{*}{mps}{*}{}{}`.

Le préambule sera toujours :

```
\documentclass{article}
\usepackage{graphicx,tablor}
\usepackage[upright]{fourier}
```



Les fontes utilisées dans les tableaux sont `[upright]{fourier}`. Il est tout à fait possible d'utiliser d'autres fontes. Il suffit de modifier le fichier `tablor.sty` en remplaçant partout où il apparaît `[upright]{fourier}` par `lmodern` ou ce que vous voulez. Ce n'est pas très pratique, mais cela évite de le mettre en option à chaque utilisation et on utilise souvent la même fonte dans ses documents.

b. Tableaux des variations

L'environnement s'appelle TV. On utilise une commande au format XCAS :

```
TV([borne inf, borne sup], [valeurs interdites], "nom fonction", "nom variable",
  expression en fonction de x, t, \tv)
```

- ➡ `[borne inf, borne sup]` désigne les bornes de l'ensemble de définition. On note $+\infty$: `+infinity` et $-\infty$: `-infinity`. N'oubliez pas les crochets !
- ➡ `[valeurs interdites]` désigne la liste des valeurs interdites ;
- ➡ `"nom fonction"` désigne la lettre représentant la fonction telle que vous voulez qu'elle apparaisse : f , g , φ , etc.

- ➡ "nom variable" : même chose pour la variable, selon que vous voulez la désigner par x , t , etc. N'oubliez pas les guillemets !
- ➡ expression en fonction de x désigne l'expression de la fonction. Attention ! Utilisez ici toujours x pour désigner la variable ;
- ➡ le paramètre t est à remplacer par 1 si vous voulez voir apparaître une ligne avec le signe de la dérivée, par 0 si vous ne voulez pas de cette ligne et par 2 si vous ne voulez que le signe de la dérivée.
- ➡ on termine par `\tv`, une commande permettant de numéroté les tableaux en interne.

Voyons à présent quelques exemples.

1. Le tableau de variation sans signe de la dérivée de la fonction $f : x \mapsto x^2$ sur $[-5; 7]$.

On obtient :

x	-5	0	7
Variations de f	25	0	49

après avoir entré :

```
\begin{TV}
TV([-5,7],[],"f","x",x^2,0,\tv)
\end{TV}
```

2. Si on veut la même fonction sur \mathbb{R} avec le signe de la dérivée :

```
\begin{TV}
TV([-infinity,+infinity],[],"f","x",x^2,1,\tv)
\end{TV}
```

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	-	0	+
Variations de f	$+\infty$	0	$+\infty$

3. Avec la même fonction sur \mathbb{R} avec uniquement le signe de la dérivée :

```
\begin{TV}
TV([-infinity,+infinity],[],"f","x",x^2,2,\tv)
\end{TV}
```

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	-	0	+

4. Voici ce que cela donne pour $g : t \mapsto \frac{t^2}{t^2-1}$ sur $[-10; +\infty[$:

```
\begin{TV}
TV([-10,+infinity],[-1,1],"g","t",x^2/(x^2-1),1,\tv)
\end{TV}
```

t	-10	-1	0	1	$+\infty$
Signe de $g'(t)$	+	+	0	-	-
Variations de g	$\frac{100}{99}$ \nearrow $+\infty$	$-\infty$ \nearrow 0 \searrow $-\infty$	$+\infty$ \searrow 1		

5. Il y aura des problèmes pour des équations $f'(x) = 0$ que **XCAS** ne saurait pas résoudre de manière formelle. Il faudrait alors utiliser une résolution numérique et remplacer `resoudre` par `fsolve`. Mais dans les études demandées au Bac, l'étude des signes de la dérivée est possible formellement. Dans les cas plus exotiques, on peut faire le tableau « à la main ».

c. Tableau des variations avec théorème des valeurs intermédiaires

Si l'on veut mettre en évidence les solutions de l'équation $f(x) = a$, on utilise l'environnement TVI.

La syntaxe est :

```
TVI([borne inf, borne sup], [valeurs interdites], "nom fonction", "nom variable",
    expression en fonction de x, t, a, \tv)
```

Les paramètres sont les mêmes que pour TV mais on ajoute la valeur a bien sûr.

Par exemple, pour $f : x \mapsto \frac{x^2}{x^2-1}$ et l'équation $f(x) = 10$ on entre :

```
\begin{TVI}
TVI([-10, +infinity], [-1, 1], "f", "x", x^2/(x^2-1), 1, 10, \tv)
\end{TVI}
```

et on obtient :

x	-10	α_1	-1	0	1	α_2	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+	+	+	0	-	-	-
Variations de f	$\frac{100}{99}$ \nearrow 10 \nearrow $+\infty$	$-\infty$ \nearrow 0 \searrow $-\infty$	$+\infty$ \searrow 10 \searrow 1				

Les solutions sont notées α_1, α_2 , etc.

Si l'équation est plutôt $f(x) = -1$:

```
\begin{TVI}
TVI([-10, +infinity], [-1, 1], "f", "x", x^2/(x^2-1), 1, -1, \tv)
\end{TVI}
```

et on obtient :

x	-10	-1	α_1	0	α_2	1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+	+	+	0	-	-	-
Variations de f	$\frac{100}{99}$ \nearrow $+\infty$	$-\infty$ \nearrow -1 \nearrow 0 \searrow -1 \searrow $-\infty$	$+\infty$ \searrow 1				

d. Tableaux de signes

Cas du produit de deux facteurs affines

Pour étudier le signe de $(-2x+3)(-x+5)$ sur \mathbb{R} , on entre :

```
\begin{TSa}
  TSa(-2,3,-1,5,\tv);
\end{TSa}
```

On obtient :

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	5	$+\infty$	
Signe de $-2x+3$	+	0	-	-	
Signe de $-x+5$	+		+	0	-
Signe de $(-2x+3)(-x+5)$	+	0	-	0	+

Cas du produit d'un nombre quelconque de facteurs quelconques sur un intervalle quelconque

Certains cas pathologiques ne vont pas fonctionner, mais sinon, pour étudier le signe de

$$(-2x+3)(x^2-1)(x^2+1)(x-1)(x^2-2)$$

on entre cette fois les expressions sous cette forme en précisant l'intervalle d'étude :

```
\begin{TS}
  TS([-2*x+3,x^2-1,x^2+1,x-1,x^2-2],[-infinity,+\infty],\tv);
\end{TS}
```

On obtient :

x	$-\infty$	$-\left(\sqrt{2}\right)$	-1	1	$\sqrt{2}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$		
Signe de $-(2 \cdot x) + 3$	+	+	+	+	+	0	-		
Signe de $(x)^2 - 1$	+	+	0	-	0	+	+		
Signe de $(x)^2 + 1$	+	+	+	+	+	+	+		
Signe de $x - 1$	-	-	-	0	+	+	+		
Signe de $(x)^2 - 2$	+	0	-	-	0	+	+		
Signe du produit	-	0	+	0	-	0	+	0	-

Ou bien, sur un intervalle borné :

```
\begin{TS}
  TS([x-10,x+10],[-15,10],\tv)
\end{TS}
```

x	-15	-10	10	
Signe de $x - 10$	-	-	0	
Signe de $x + 10$	-	0	+	
Signe du produit	+	0	-	0

Signe d'un quotient

On entre dans deux listes différentes les facteurs du numérateur et du dénominateur :

```
\begin{TSq}
TSq("nom du quotient",[liste des facteurs du numérateur],[liste des facteurs du
dénominateur],[inf,sup])
\end{TSq}
```

Par exemple, pour étudier le signe de $\frac{(-2x+3)(-4x+5)}{(x^2-16)(x-2)}$ sur \mathbb{R} :

```
\begin{TSq}
TSq("Q",[-2*x+3,-4*x+5],[x^2-16,x-2],[-infinity,+infinity],\tv)
\end{TSq}
```

x	$-\infty$	-4	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	2	4	$+\infty$	
Signe de $-(2 \cdot x) + 3$	+	+	+	0	-	-	-	
Signe de $-(4 \cdot x) + 5$	+	+	0	-	-	-	-	
Signe de $(x)^2 - 16$	+	0	-	-	-	-	0	+
Signe de $x - 2$	-	-	-	-	0	+	+	
Signe deQ(x)	-	+	0	-	0	+	-	+

Sur un intervalle borné :

```
\begin{TSq}
TSq("Q",[x-10],[x+10],[-infinity,10],\tv)
\end{TSq}
```

x	$-\infty$	-10	10
Signe de $x - 10$	-	-	0
Signe de $x + 10$	-	0	+
Signe de $Q(x)$	+	-	0

Signe d'une seule expression

On utilise l'environnement TSc comme *Tableau de Signe court* en précisant l'expression étudiée et l'intervalle considéré :

```
\begin{TSc}
TSc((x-10)*(x+5),[-10,10],\tv)
\end{TSc}
```

x	-10	-5	10	
Signe de $(x-10) \cdot (x+5)$	$+$	0	$-$	0

V - Nettoyage

L'extension `tablor` contient également une commande `\nettoyer`, qui, comme son nom l'indique, fait le ménage : on efface tous les fichiers auxiliaires créés et on garde uniquement les fichiers eps créés par **MetaPOST** ayant une extension sous forme de numéro.

Il suffit de taper `\nettoyer` juste avant le `\end{document}`



Pour les utilisateurs de Microsoft Windows, il faudra remplacer `rm` par `DEL`

On peut également stocker les tableaux dans un autre dossier avec la commande `\bouger{destination}`, qui, comme son nom l'indique, copie les fichiers eps vers `destination`. Il faudra le taper après `\nettoyer`

```
\nettoyer
\bouger{/home/moi/Desktop/}

\end{document}
```



Pour les utilisateurs de Microsoft Windows, il faudra remplacer `cp` par `XCOPY`

VI - Comment modifier les tableaux à partir des fichiers MetaPOST ?

Il est impossible de prévoir toutes les requêtes des différents utilisateurs. Le style du tableau produit peut néanmoins vous déplaire. Vous pouvez le modifier en intervenant directement sur le fichier MetaPOST créé pour chaque tableau. Pour cela, il suffit d'ajouter une étoile au nom de l'environnement utilisé.

Si vous tapez :

```
\begin{TV*}
  TV([-1,+infinity],[],"f","x",x-ln(x+1),1,\tv)
\end{TV*}
```

le logiciel `TEXmaker` est directement lancé et le fichier MetaPOST correspondant à votre tableau est affiché. Vous pouvez alors le modifier, taper sur `Ctrl` + `S` pour l'enregistrer et `Ctrl` + `Q` pour fermer `TEXmaker`. La compilation s'achève alors automatiquement comme pour un environnement non étoilé.

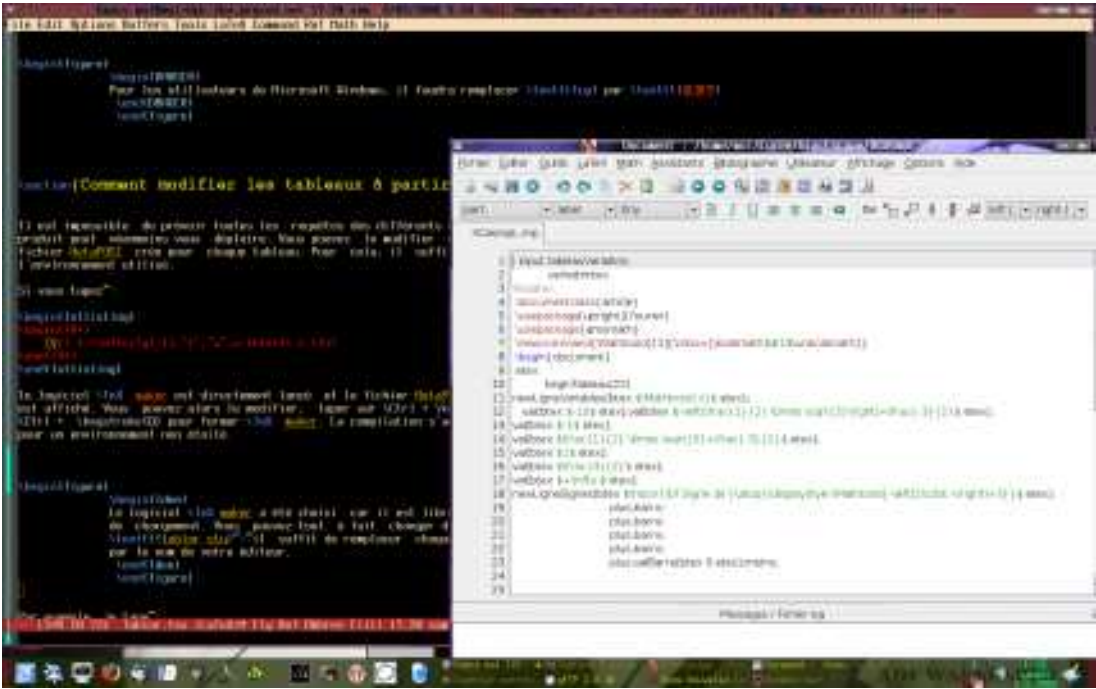


Le logiciel `TEXmaker` a été choisi car il est libre, multi-plateforme et très rapide de chargement. Vous pouvez tout à fait changer d'éditeur en modifiant le fichier `tablor.sty` : il suffit de remplacer chaque occurrence de `texmaker` par le nom de votre éditeur.

Par exemple, je tape :

```
\begin{TS*}
  TS([3*x+2,5*x^2-1],[-50,50],\tv)
\end{TS*}
```

et apparaît une fenêtre $\text{T}_\text{E}\text{X}$ maker avec le fichier correspondant au tableau. Je le modifie à volonté :



Je tape sur $\text{Ctrl} + \text{S}$ puis $\text{Ctrl} + \text{Q}$ et la compilation reprend automatiquement pour m'afficher le tableau voulu :

x	-50	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{\sqrt{5}}{5}$	$\frac{1}{5} \times \sqrt{5}$	50
Signe de $3x+2$	-	0	+	+	+
Signe de $5x^2-1$	+	+	0	-	+
Signe du produitnewlook	-	0	0	-	+

VII - Merci...

- à **Frédéric MAZOT** pour son fichier `tableauVariation.mp`;
- à **Yves DELHAYE** pour ses idées sur le shell-escape
- à **Bernard PARISSE** pour **XCAS**.

VIII - Galerie

Voici quelques exemples de tableaux :

```
\begin{TVI}
TVI([-1,+infinity],[-1],"f","x",x^2/sqrt(x+1)-1,1,2,\tv)
\end{TVI}
```

x	-1	α_1	0	α_2	$+\infty$					
Signe de $f'(x)$		$-$	$-$	0	$+$	$+$				
Variations de f		$+\infty$	\searrow	2	\searrow	-1	\nearrow	2	\nearrow	$+\infty$


```
\begin{TVI}
TVI([-1/2,+\infty],[],"f","x",x^2,1,2,\tv)
\end{TVI}
```

x	$\frac{-1}{2}$	0	α_1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$
Variations de f	$\frac{1}{4}$	0	2	$+\infty$

```
\begin{TVI}
TVI([0,+\infty],[0],"f","x",\ln(x),1,2,\tv)
\end{TVI}
```

x	0	α_1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$		+	+
Variations de f		$-\infty$	$+\infty$

```
\begin{TV}
TV([1,+\infty],[],"f","x",-ln(x),1,\tv)
\end{TV}
```

x	1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	—	
Variations de f	<div>0  $-\infty$</div>	

```
\begin{TVI}
TVI([-pi,pi],[],"f","x",\cos(x),1,1/2,\tv)
\end{TVI}
```

x	$-\pi$	α_1	0	α_2	π
Signe de $f'(x)$	+		0	-	-
Variations de f					

```
\begin{TV}
TV([0,2*pi],[],"f","x",cos(x),1,\tv)
\end{TV}
```

x	0	π	$2 \cdot \pi$
Signe de $f'(x)$	-	0	+
Variations de f			



Il y aura des problèmes si vous demandez un tableau des variations d'une fonction périodique sur un intervalle d'amplitude supérieure à la période, mais est-ce vraiment utile ?...

```
\begin{TVI}
TVI([0,pi],[pi/2],"h","t",tan(x),1,7,\tv)
\end{TVI}
```

t	0	α_1	$\frac{\pi}{2}$	π
Signe de $h'(t)$	+			+
Variations de h				

```
\begin{TVI}
TVI([-1,1],[],"f","x",(1-x)*sqrt(1-x^2),1,1,\tv)
\end{TVI}
```

x	-1	α_1	$\frac{-1}{2}$	α_2	1
Signe de $f'(x)$	+		0	-	-
Variations de f					

```
\begin{TV}
TV([-1,+\infty],[-1],"f","x",\ln(1+x)-(x-x^2/2+x^3/3),1,\tv)
\end{TV}
```

x	-1	0	$+\infty$
Signe de $f'(x)$		+	-
Variations de f		0	

```
\begin{TS}
TS([-2*x+3,x-1,x+1,x^2+3*x+1],[-10,+\infty],\tv);
\end{TS}
```

x	-10	$-\left(\frac{1}{2} \times \sqrt{5}\right) + \frac{-3}{2}$	-1	$\frac{1}{2} \times \sqrt{5} + \frac{-3}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
Signe de $-(2 \cdot x) + 3$		+		+		+	-
Signe de $x - 1$		-		-		+	+
Signe de $x + 1$		-		+		+	+
Signe de $(x)^2 + 3 \cdot x + 1$		+		-		+	+
Signe du produit		+		+		+	-

```
\begin{TVI}
TVI([-infinity,+\infty],[],"f","x",(x+2)*exp(x-1)-1,1,0,\tv)
\end{TVI}
```

x	$-\infty$	-3	α_1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$		-	+	+
Variations de f		-1	0	$+\infty$

```
\begin{TVI}
TVI([-infinity,+\infty],[],"f","x",1+(-2*x+1)*exp(2*x),1,0,\tv)
\end{TVI}
```

x	$-\infty$	0	α_1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$		+	-	-
Variations de f		1	2	$-\infty$

```
\begin{TV}
TV([0,+\infty],[\],"f","x",\ln(\exp(x)+x)-x,1,\tv)
\end{TV}
```

x	0	1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+	0	-
Variations de f	$\begin{array}{ccc} & \nearrow & \searrow \\ 0 & \ln\left(\frac{e^1+1}{e^1}\right) & 0 \end{array}$		

```
\begin{TVI}
TVI([0,\pi],[\],"f","x",\cos(x)-x,1,0,\tv)
\end{TVI}
```

x	0	α_1	π
Signe de $f'(x)$	-		-
Variations de f	$\begin{array}{ccc} 1 & \searrow & \searrow \\ & 0 & -\pi-1 \end{array}$		

```
\begin{TVI}
TVI([0,+\infty],[0],"f","x",\ln(x)-(\ln(x))^2,1,-1,\tv)
\end{TVI}
```

x	0	α_1	$e^{\frac{1}{2}}$	α_2	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+	+	0	-	-
Variations de f	$\begin{array}{ccccc} -\infty & \nearrow & -1 & \nearrow & \frac{1}{4} & \searrow & -1 & \searrow & -\infty \end{array}$				

```
\begin{TSc}
TSc((x-10)*(x+10),[-10,10],\tv)
\end{TSc}
```

x	-10	10	
Signe de $(x-10) \cdot (x+10)$	0	+	0

Table des matières

I - Ça sert à quoi ?	1
II - Comment ça marche ?	1
a. Principe général	1
b. Rentrons dans les détails	1
III - De quoi a-t-on besoin ?	2
IV - Comment l'utiliser ?	3
a. Préambule	3
b. Tableaux des variations	3
c. Tableau des variations avec théorème des valeurs intermédiaires	5
d. Tableaux de signes	6
V - Nettoyage	8
VI - Comment modifier les tableaux à partir des fichiers MetaPOST ?	8
VII - Merci...	9
VIII - Galerie	9