

tablor.sty

La machine à créer des tableaux de signes et de variations

Guillaume CONNAN

<http://gconnan.free.fr>

23 janvier 2008 - Version 1.4

I - Ça sert à quoi ?

Il s'agit d'obtenir rapidement un tableau de signe ou un tableau de variation en entrant un minimum de commandes.

II - Comment ça marche ?

a. Principe général

On entre une instruction qu'on envoie via \LaTeX à **XCAS** qui effectue un certain nombre de calculs (résolution d'équations, calcul de limites). **XCAS** renvoie un résultat sous la forme d'un script **MetaPOST** qui est compilé. Un tableau est créé et ensuite inséré dans le document tex.

b. Rentrons dans les détails

En utilisant un environnement **tablor**, de nombreux fichiers sont créés dans le répertoire courant puis effacés par la commande `nettoyer` si vous le souhaitez :

- ➡ des fichiers d'extension `.cxx` : il s'agit du fichier le plus important. C'est le programme **XCAS** qui « fabrique » le tableau. Vous pouvez l'utiliser tel quel dans une session **XCAS** ou **giac**.
- ➡ des fichiers d'extension `.giac` qui regroupent des instructions lues et exécutées par **giac**. Les lignes importantes sont :

```
read("XcasTV.cxx"); // giac charge le programme
Sortie:=fopen("XCasmpTV.mp"); // la sortie portera l'extension metapost
vect.xcas.user := read("XCasTV.user"); // giac lit les paramètres rentrés dans
le fichier tex
```

- ➡ des fichiers d'extension `.user` qui sont créés par \LaTeX grâce à l'environnement **VerbatimOut** de l'extension **fancyvrb** : il s'agit en fait de la commande qui se trouve par exemple entre `\begin{TVI}` et `\end{TVI}`.

III - De quoi a-t-on besoin ?

- ➔ Il faut avoir installé **XCAS**, logiciel multi-plateforme de calcul et de programmation :
http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/%7Eparisse/giac_fr.html;
- ➔ il faut avoir le fichier de macros **MetaPOST** `tableauVariation.mp` de Frédéric Mazoit :
http://frederic.mazoit.free.fr/LaTeX_metapost/tableauVariations/;
Pour ceux qui sont guère habitués à **MetaPOST**, cela ne pose aucun problème car les scripts et compilations **MetaPOST** se font automatiquement. Il suffit de créer dans son `texmf` personnel une arborescence du style : `./texmfperso/metapost/tablор/` et d'y placer `tableauVariation.mp` puis un `rehash`. C'est exactement la même démarche que pour installer une nouvelle extension \LaTeX .
- ➔ il faut être en mode `shell-escape` pour autoriser les sorties de la compilation `tex`. Pour **emacs**, on rajoute en fin de fichier `%% LaTeX-command: "latex --shell-escape" ***`; pour les autres éditeurs, il faut modifier la commande de compilation. Sinon, on peut modifier le fichier `texmf.cnf` pour que le mode soit automatisé en modifiant la ligne suivante : `shell-escape t`;
- ➔ il faut avoir à disposition l'extension `fancyvrb`;
- ➔ pour ceux qui compilent avec `pdf \LaTeX` , il faut avoir effectué les petits réglages nécessaires à l'utilisation de figures produites par **MetaPOST**; Pour cela, il suffit de rajouter dans le préambule :
`\DeclareGraphicsRule{*}{mps}{*}{}{}`
- ➔ il faut installer le fichier `tablор.sty` dans son `texmf` personnel.



Pour les utilisateurs de Microsoft Windows, remplacer `\immediate\write18{giac<#1 }` par `\immediate\write18{giac #1 }` dans le fichier `tablор.sty` pour permettre le `shell-escape`.
Pour les utilisateurs de TeXnicCenter, observez cette **explication** du paramétrage du `shell-escape`. On peut par exemple mettre :

`-enable-write18 -shell-escape -src -interaction=nonstopmode "%Wm".`

Sur TeXmaker, c'est `latex -enable-write18 -shell-escape -interaction=nonstopmode %.tex`.

Pour faire comprendre à XP où trouver **giac**, vous pouvez modifier le path en suivant ces instructions :

Demarrer->Panneau de configuration->Système onglet Avancé->Variable d'environnement.

Le séparateur est le point virgule. (Merci à Gaëtan et à Daniel).



L'extension `fancybox` rentre en conflit avec `fancyvrb` qu'utilise `tablор` car elles définissent toutes deux différemment l'environnement `VerbatimOut`.



Quatre nouvelles commandes sont créées : `\tv`, `\nettoyer`, `\bouger`, `\recup`, `\executGiacmp`. Attention aux conflits si de tels noms existent quelque part dans vos fichiers personnels.



Le fichier `tablor.sty` est codé en latin-1. Certains devront donc le convertir en utf-8.

IV - Comment l'utiliser ?

a. Préambule

Les ECM donnés en exemple correspondent à une compilation $\text{\LaTeX} + \text{dvi} + \text{dvips}$. Pour pdf\LaTeX , rajouter `\DeclareGraphicsRule{*}{mps}{*}{}{}`.

Le préambule sera toujours :

```
\documentclass{article}
\usepackage{graphicx,tablor}
\usepackage[upright]{fourier}
```



Les fontes utilisées dans les tableaux sont `[upright]{fourier}`. Il est tout à fait possible d'utiliser d'autres fontes. Il suffit de modifier le fichier `tablor.sty` en remplaçant partout où il apparaît `[upright]{fourier}` par `lmodern` ou ce que vous voulez. Ce n'est pas très pratique, mais cela évite de le mettre en option à chaque utilisation et on utilise souvent la même fonte dans ses documents.

b. Tableaux des variations

L'environnement s'appelle TV. On utilise une commande au format XCAS :

```
TV([borne inf, borne sup], [valeurs interdites], "nom fonction", "nom variable",
  expression en fonction de x, t, \tv)
```

- ➡ `[borne inf, borne sup]` désigne les bornes de l'ensemble de définition. On note $+\infty$: `+infinity` et $-\infty$: `-infinity`. N'oubliez pas les crochets !
- ➡ `[valeurs interdites]` désigne la liste des valeurs interdites ;
- ➡ `"nom fonction"` désigne la lettre représentant la fonction telle que vous voulez qu'elle apparaisse : f , g , φ , etc.

- ➡ "nom variable" : même chose pour la variable, selon que vous voulez la désigner par x , t , etc. N'oubliez pas les guillemets !
- ➡ expression en fonction de x désigne l'expression de la fonction. Attention ! Utilisez ici toujours x pour désigner la variable ;
- ➡ le paramètre t est à remplacer par 1 si vous voulez voir apparaître une ligne avec le signe de la dérivée, par 0 si vous ne voulez pas de cette ligne et par 2 si vous ne voulez que le signe de la dérivée.
- ➡ on termine par `\tv`, une commande permettant de numéroté les tableaux en interne.

Voyons à présent quelques exemples.

1. Le tableau de variation sans signe de la dérivée de la fonction $f : x \mapsto x^2$ sur $[-5; 7]$.

On obtient :

x	-5	0	7
Variations de f	25	0	49

après avoir entré :

```
\begin{TV}
TV([-5,7],[],"f","x",x^2,0,\tv)
\end{TV}
```

2. Si on veut la même fonction sur \mathbb{R} avec le signe de la dérivée :

```
\begin{TV}
TV([-infinity,+infinity],[],"f","x",x^2,1,\tv)
\end{TV}
```

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	-	0	+
Variations de f	$+\infty$	0	$+\infty$

3. Avec la même fonction sur \mathbb{R} avec uniquement le signe de la dérivée :

```
\begin{TV}
TV([-infinity,+infinity],[],"f","x",x^2,2,\tv)
\end{TV}
```

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	-	0	+

4. Voici ce que cela donne pour $g : t \mapsto \frac{t^2}{t^2-1}$ sur $[-10; +\infty[$:

```
\begin{TV}
TV([-10,+infinity],[-1,1],"g","t",x^2/(x^2-1),1,\tv)
\end{TV}
```

t	-10	-1	0	1	$+\infty$
Signe de $g'(t)$	+	+	0	-	-
Variations de g	$\frac{100}{99} \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow 0$	$0 \searrow -\infty$	$+\infty \searrow 1$	

5. Il y aura des problèmes pour des équations $f'(x) = 0$ que **XCAS** ne saurait pas résoudre de manière formelle. Il faudrait alors utiliser une résolution numérique et remplacer `resoudre` par `fsolve`. Mais dans les études demandées au Bac, l'étude des signes de la dérivée est possible formellement. Dans les cas plus exotiques, on peut faire le tableau « à la main ».

c. Tableau des variations avec théorème des valeurs intermédiaires

Si l'on veut mettre en évidence les solutions de l'équation $f(x) = a$, on utilise l'environnement TVI.

La syntaxe est :

```
TVI([borne inf, borne sup], [valeurs interdites], "nom fonction", "nom variable",
    expression en fonction de x, t, a, \tv)
```

Les paramètres sont les mêmes que pour TV mais on ajoute la valeur a bien sûr.

Par exemple, pour $f : x \mapsto \frac{x^2}{x^2-1}$ et l'équation $f(x) = 10$ on entre :

```
\begin{TVI}
TVI([-10, +infinity], [-1, 1], "f", "x", x^2/(x^2-1), 1, 10, \tv)
\end{TVI}
```

et on obtient :

x	-10	α_1	-1	0	1	α_2	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+	+	+	0	-	-	-
Variations de f	$\frac{100}{99} \nearrow 10$	$10 \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow 0$	$0 \searrow -\infty$	$+\infty \searrow 10$	$10 \searrow 1$	

Les solutions sont notées α_1, α_2 , etc.

Si l'équation est plutôt $f(x) = -1$:

```
\begin{TVI}
TVI([-10, +infinity], [-1, 1], "f", "x", x^2/(x^2-1), 1, -1, \tv)
\end{TVI}
```

et on obtient :

x	-10	-1	α_1	0	α_2	1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+	+	+	0	-	-	-
Variations de f	$\frac{100}{99} \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow -1$	$-1 \nearrow 0$	$0 \searrow -1$	$-1 \searrow -\infty$	$+\infty \searrow 1$	

d. Tableaux de signes

Cas du produit de deux facteurs affines

Pour étudier le signe de $(-2x+3)(-x+5)$ sur \mathbb{R} , on entre :

```
\begin{TSa}
  TSa(-2,3,-1,5,\tv);
\end{TSa}
```

On obtient :

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	5	$+\infty$
Signe de $-2x+3$	+	0	-	-
Signe de $-x+5$	+	+	0	-
Signe de $(-2x+3)(-x+5)$	+	0	0	+

Cas du produit d'un nombre quelconque de facteurs quelconques sur un intervalle quelconque

Certains cas pathologiques ne vont pas fonctionner, mais sinon, pour étudier le signe de

$$(-2x+3)(x^2-1)(x^2+1)(x-1)(x^2-2)$$

on entre cette fois les expressions sous cette forme en précisant l'intervalle d'étude :

```
\begin{TS}
  TS([-2*x+3,x^2-1,x^2+1,x-1,x^2-2],[-infinity,+\infty],\tv);
\end{TS}
```

On obtient :

x	$-\infty$	$-(\sqrt{2})$	-1	1	$\sqrt{2}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$		
Signe de $-(2 \cdot x) + 3$	+	+	+	+	+	0	-		
Signe de $(x)^2 - 1$	+	+	0	-	0	+	+		
Signe de $(x)^2 + 1$	+	+	+	+	+	+	+		
Signe de $x - 1$	-	-	-	0	+	+	+		
Signe de $(x)^2 - 2$	+	0	-	-	0	+	+		
Signe du produit	-	0	+	0	-	0	+	0	-

Ou bien, sur un intervalle borné :

```
\begin{TS}
  TS([x-10,x+10],[-15,10],\tv)
\end{TS}
```

x	-15	-10	10	
Signe de $x - 10$	-		0	
Signe de $x + 10$	-	0	+	
Signe du produit	+	0	-	0

Signe d'un quotient

On entre dans deux listes différentes les facteurs du numérateur et du dénominateur :

```
\begin{TSq}
TSq("nom du quotient",[liste des facteurs du numérateur],[liste des facteurs du
dénominateur],[inf,sup])
\end{TSq}
```

Par exemple, pour étudier le signe de $\frac{(-2x+3)(-4x+5)}{(x^2-16)(x-2)}$ sur \mathbb{R} :

```
\begin{TSq}
TSq("Q",[-2*x+3,-4*x+5],[x^2-16,x-2],[-infinity,+infinity],\tv)
\end{TSq}
```

x	$-\infty$	-4	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	2	4	$+\infty$	
Signe de $-(2 \cdot x) + 3$	$+$	$+$	$+$	0	$-$	$-$	$-$	
Signe de $-(4 \cdot x) + 5$	$+$	$+$	0	$-$	$-$	$-$	$-$	
Signe de $(x)^2 - 16$	$+$	0	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
Signe de $x - 2$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	
Signe de $Q(x)$	$-$	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$	$+$

Sur un intervalle borné :

```
\begin{TSq}
TSq("Q",[x-10],[x+10],[-infinity,10],\tv)
\end{TSq}
```

x	$-\infty$	-10	10
Signe de $x - 10$	-	-	0
Signe de $x + 10$	-	0	+
Signe de $Q(x)$	+	-	0

Signe d'une seule expression

On utilise l'environnement TSc comme *Tableau de Signe court* en précisant l'expression étudiée et l'intervalle considéré :

```
\begin{TSc}
TSc((x-10)*(x+5),[-10,10],\tv)
\end{TSc}
```

x	-10	-5	10	
Signe de $(x-10) \cdot (x+5)$	$+$	0	$-$	0

V - Nettoyage

L'extension `tablor` contient également une commande `\nettoyer`, qui, comme son nom l'indique, fait le ménage : on efface tous les fichiers auxiliaires créés et on garde uniquement les fichiers eps créés par **MetaPOST** ayant une extension sous forme de numéro.

Il suffit de taper `\nettoyer` juste avant le `\end{document}`



Pour les utilisateurs de Microsoft Windows, il faudra remplacer `rm` par `DEL`

On peut également stocker les tableaux dans un autre dossier avec la commande `\bouger{destination}`, qui, comme son nom l'indique, copie les fichiers eps vers `destination`. Il faudra le taper après `\nettoyer`

```
\nettoyer
\bouger{/home/moi/Desktop/}

\end{document}
```



Pour les utilisateurs de Microsoft Windows, il faudra remplacer `cp` par `XCOPY`

VI - Merci...

- ➔ à **Frédéric MAZOIT** pour son fichier `tableauVariation.mp`;
- ➔ à **Yves DELHAYE** pour ses idées sur le `shell-escape`
- ➔ à **Bernard PARISSE** pour **XCAS**.

VII - Galerie

Voici quelques exemples de tableaux :

```
\begin{TVI}
TVI([-1,+infinity],[-1],"f","x",x^2/sqrt(x+1)-1,1,2,\tv)
\end{TVI}
```

x	-1	α_1	0	α_2	$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$-$	$-$	$+$	$+$
Variations de f	$+\infty$	$\searrow 2$	$\searrow -1$	$\nearrow 2$	$+\infty$

```
\begin{TVI}
TVI([-1/2,+infinity],[],"f","x",x^2,1,2,\tv)
\end{TVI}
```

x	$-\frac{1}{2}$	0	α_1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	-	0	+	+
Variations de f	$\frac{1}{4}$	0	2	$+\infty$

```
\begin{TVI}
TVI([0,+infinity],[0],"f","x",ln(x),1,2,\tv)
\end{TVI}
```

x	0	α_1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+	+	+
Variations de f	$-\infty$	2	$+\infty$

```
\begin{TV}
TV([1,+infinity],[],"f","x",-ln(x),1,\tv)
\end{TV}
```

x	1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	-	
Variations de f	0	$-\infty$

```
\begin{TVI}
TVI([-pi,pi],[],"f","x",cos(x),1,1/2,\tv)
\end{TVI}
```

x	$-\pi$	α_1	0	α_2	π
Signe de $f'(x)$	+	+	0	-	-
Variations de f	-1	1/2	1	1/2	-1

```
\begin{TV}
TV([0,2*pi],[],"f","x",cos(x),1,\tv)
\end{TV}
```

x	0	π	$2 \cdot \pi$
Signe de $f'(x)$	-	0	+
Variations de f	1	-1	1



Il y aura des problèmes si vous demandez un tableau des variations d'une fonction périodique sur un intervalle d'amplitude supérieure à la période, mais est-ce vraiment utile ?...

```
\begin{TVI}
TVI([0,pi],[pi/2],"h","t",tan(x),1,7,\tv)
\end{TVI}
```

t	0	α_1	$\frac{\pi}{2}$	π
Signe de $h'(t)$	+	+		+
Variations de h	0	7	$+\infty$	0

```
\begin{TVI}
TVI([-1,1],[],"f","x",(1-x)*sqrt(1-x^2),1,1,\tv)
\end{TVI}
```

x	-1	α_1	$-\frac{1}{2}$	α_2	1
Signe de $f'(x)$	+	+	0	-	-
Variations de f	0	1	$\frac{3}{4} \times \sqrt{3}$	1	0

```
\begin{TV}
TV([-1,+infinity],[-1],"f","x",ln(1+x)-(x-x^2/2+x^3/3),1,\tv)
\end{TV}
```

x	-1	0	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	$+$	0	$-$
Variations de f			

```
\begin{TS}
TS([-2*x+3,x-1,x+1,x^2+3*x+1],[-10,+\infty],\tv);
\end{TS}
```

x	-10	$-\left(\frac{1}{2} \times \sqrt{5}\right) + \frac{-3}{2}$	-1	$\frac{1}{2} \times \sqrt{5} + \frac{-3}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
Signe de $-(2 \cdot x) + 3$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	0	$-$
Signe de $x - 1$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
Signe de $x + 1$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$
Signe de $(x)^2 + 3 \cdot x + 1$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$	$+$
Signe du produit	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

```
\begin{TVI}
TVI([-infinity,+\infty],[],"f","x",(x+2)*exp(x-1)-1,1,0,\tv)
\end{TVI}
```

x	$-\infty$	-3	α_1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$
Variations de f				

```
\begin{TVI}
TVI([-infinity,+\infty],[],"f","x",1+(-2*x+1)*exp(2*x),1,0,\tv)
\end{TVI}
```

x	$-\infty$	0	α_1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$
Variations de f				

```
\begin{TV}
TV([0,+\infty],[],"f","x",ln(exp(x)+x)-x,1,\tv)
\end{TV}
```

x	0	1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+	0	-
Variations de f	$ \begin{array}{c} \nearrow \ln\left(\frac{e^1+1}{e^1}\right) \searrow \\ 0 \qquad \qquad \qquad 0 \end{array} $		

```
\begin{TVI}
TVI([0,pi],[],"f","x",cos(x)-x,1,0,\tv)
\end{TVI}
```

x	0	α_1	π
Signe de $f'(x)$	-	-	-
Variations de f	1	0	$-\pi-1$

```
\begin{TVI}
TVI([0,+\infty],[0],"f","x",ln(x)-(ln(x))^2,1,-1,\tv)
\end{TVI}
```

x	0	α_1	$e^{\frac{1}{2}}$	α_2	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+	+	0	-	-
Variations de f	$-\infty$	-1	$\frac{1}{4}$	-1	$-\infty$

```
\begin{TSc}
TSc((x-10)*(x+10),[-10,10],\tv)
\end{TSc}
```

x	-10	10
Signe de $(x-10) \cdot (x+10)$	0	0