

tabl_{or}.sty

La machine à créer des tableaux de signes et de variations

Guillaume CONNAN

<http://tehessin.tuxfamily.org/>

avec l'efficace participation de Jean-Michel BOUCART

Forum d'aide : <http://gconnan.free.fr/punbb/upload/index.php>

21 août 2009 - Version 4.04-h

I - Ça sert à quoi ?

Il s'agit d'obtenir rapidement un tableau de signe ou un tableau de variation en entrant un minimum de commandes.

II - Nouveautés

a. Changements depuis la version 3.00



Attention !

À partir de la version 4.03 de `tablor`, il est nécessaire d'avoir la nouvelle version de `tableauVariation.mp` (la 2.1 datant de décembre 2008) mais pour l'instant elle n'est pas présente sur CTAN ! Récupérez plutôt le fichier à l'adresse http://download.tuxfamily.org/tehessinmath/les_sources/tableauVariation.mp.

Cela ne posera de problèmes que si vous utilisez l'environnement TVZ.

La version 4.01 n'est malheureusement plus compatible avec les versions antérieures car une option supplémentaire a été ajoutée pour traiter les fonctions trigonométriques.

Une possibilité a de plus été ajoutée pour réduire la taille des tableaux.

Les tableaux de signes courts (TSc) ont un argument de plus pour traiter les valeurs interdites (version 4.01).

Une extension pour une compilation via Xe_TEX a été créé : `tablor-xetex.sty` (version 4.01) ne fonctionnant que sous unix.

Un environnement TVPC a été créé pour traiter les fonctions prolongeables par continuité (version 4.02).

Une possibilité a été ajoutée pour donner un nom à une fonction nécessitant l'emploi d'une macro \LaTeX (version 4.02b).

Les frontières des zones interdites sont assorties de doubles barres si nécessaire. (version 4.03)

Un nouvel environnement TVIex est créé pour avoir les racines des valeurs intermédiaires sous forme exacte quand c'est possible.(version 4.04)

Un bug dans tous les TVI est corrigé.(Version 4.04).

Un bug dû à une mise à jour de XCAS (version 4.04-b compatible avec les précédentes).

Des bugs dans TVapp et TVIapp corrigés (version 4.04-c... puis 4.04-d).

Bug dans TVc (version 4.04-h)

b. Professor.sty

`tablор.sty` a fait des petits... Grâce à une efficace collaboration avec Denis LE FUR, vous disposez à présent de toute une panoplie d'outils similaires pour tracer des courbes, des histogrammes, des arbres de probabilités, des graphes probabilistes, des lissages par moyennes mobiles et j'en passe et des meilleures... Allez découvrir ces trésors sur <http://mathsp.tuxfamily.org/spip.php?rubrique46>.

c. Plugin TeXmacs

Emmanuel Corcelle a écrit un plugin pour que les utilisateurs de TeXmacs puissent eux aussi profiter de `tablор` et `professor`. Pour cela visitez le site <http://corcelle.wordpress.com/>

III - Comment ça marche ?

a. Principe général

On entre une instruction qu'on envoie via \LaTeX à XCAS qui effectue un certain nombre de calculs (résolution d'équations, calcul de limites). XCAS renvoie un résultat sous la forme d'un script MetaPOST qui est compilé. Un tableau est créé et ensuite inséré dans le document `tex`.

b. Rentrons dans les détails

En utilisant un environnement `tablор`, de nombreux fichiers sont créés dans le répertoire courant puis effacés par la commande `nettoyer` si vous le souhaitez :

- des fichiers d'extension `.cxx` : il s'agit du fichier le plus important. C'est le programme XCAS qui « fabrique » le tableau. Vous pouvez l'utiliser tel quel dans une session XCAS ou `giac`.
- des fichiers d'extension `.giac` qui regroupent des instructions lues et exécutées par `giac`. Il est très court :

```
maple_mode(0); // au cas où certains travailleraient en mode maple ,
               mupad ou ti
read("config.cxx"); // pour configurer la 1ère colonne (signe de ou
                   sign of etc.)
read("XcasTV.cxx"); // giac charge le programme
read("XcasTV.user"); // giac lit les paramètres rentrés dans le
                   source
```

tex et fabrique à la volée le source MetaPOST.

- des fichiers d'extension `.user` qui sont créés par \LaTeX grâce à l'environnement `VerbatimOut` de l'extension `fancyvrb` : il s'agit en fait de la commande qui se trouve par exemple entre `\begin{TV}` et `\end{TV}`.

c. Code XCAS

Toutes les procédures suivent le même principe :

- la plus grande partie s'occupe de créer les lignes du tableaux à l'aide de nombreux tests et boucles ;
- ensuite, on regroupe ces lignes dans une variable `MetaLfc` ;
- on exporte le tableau à l'aide des trois dernières lignes :

```
sortie:=fopen("XCasmpfc.mp"); // on crée un fichier XCasmpfc.mp
fprintf(sortie,Unquoted,MetaLfc); // on y met MetaLfc
fclose(sortie); // on ferme XCasmpfc.mp
```



Autres collaborations XCAS/ \LaTeX

On peut suivre ce même principe pour créer d'autres associations de vos outils préférés. Voir par exemple :

<http://gconnan.free.fr/?page=53>

et

<http://melusine.eu.org/syracuse/giac/>

IV - De quoi a-t-on besoin ?



Conseils en lignes

N'hésitez pas à explorer la page suivante :

<http://mathsp.tuxfamily.org/spip.php?article186>

surtout si vous êtes sur XP :-)

De nombreux problèmes ont été réglés sur le forum :

<http://gconnan.free.fr/punbb/upload/index.php>



MikTeX et TeXLive

`tablор` est présent sur MikTeX et TeXLive. `tableauVariation.mp` est sur MikTeX mais la version n'est pas à jour (à la date du 7 février 2009).

- Il faut avoir installé XCAS, logiciel multi-plateforme de calcul et de programmation :
http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/%7Eparisse/giac_fr.html;

- il faut avoir le fichier de macros MetaPOST `tableauVariation.mp` de Frédéric Mazoit : http://download.tuxfamily.org/tehessinmath/les_sources/tableauVariation.mp;
Pour ceux qui sont guère habitués à MetaPOST, cela ne pose aucun problème car les scripts et compilations MetaPOST se font automatiquement. Il suffit de créer dans son `texmf` personnel une arborescence du style : `./texmfperso/metapost/tablor/` et d'y placer `tableauVariation.mp` puis un `rehash`. C'est exactement la même démarche que pour installer une nouvelle extension L^AT_EX.
- il faut être en mode `shell-escape` pour autoriser les sorties de la compilation `tex`. Pour `emacs`, on rajoute en fin de fichier `%% LaTeX-command: "latex --shell-escape" ***`; pour les autres éditeurs, il faut modifier la commande de compilation. Sinon, on peut modifier le fichier `texmf.cnf` pour que le mode soit automatisé en modifiant la ligne suivante : `shell-escape t` mais ce n'est pas recommandé car il faut activer le `shell-escape` le moins possible et toujours sous contrôle;

💡 shell-escape sur KILE

On peut créer une compilation en allant dans les menus de configuration, l'associer à un raccourci clavier et hop, quand on veut une compil rapide c'est facile.

On va dans `configuration>kile>outils>nouvel outil`

On l'appelle par exemple `shellEscape` et on le base sur `LateX`

Ensuite en commande on met `latex` (ou `pdflatex`) et en option `-shell-escape -interaction=nonstopmode '%source'` et on clique sur OK.

Ensuite on va dans `configuration>raccourci clavier > rechercher sh`. On tombe sur `shellEscape`. On clique sur `personnaliser` et on choisi un raccourci, par exemple la touche `windows` et `s` (`S-s` en langage `emacs`...)

Et voilà : quand on veut compiler un document appelant `tablor`, on appuie sur `windows+s`.

💡 shell-escape sur TeXnicCenter

Pour les utilisateurs de TeXnicCenter, observez cette [explication](#) du paramétrage du `shell-escape`. On peut par exemple mettre :

`-enable-write18 -shell-escape -src -interaction=nonstopmode "%Wm".`

Sur TeXmaker, c'est `latex -enable-write18 -shell-escape -interaction=nonstopmode %.tex`.

Pour faire comprendre à Microsoft Windows XP où trouver `giac`, vous pouvez modifier le `path` en suivant ces instructions :

Démarrer->Panneau de configuration->Système onglet Avancé->Variable d'environnement. Il faut cliquer sur la ligne `PATH` puis sur le bouton `modifier` et là il faut ajouter

`;C:\repertoire_d'installation_de_xcas`

(Merci à Gaëtan et à Daniel).

- il faut avoir à disposition les extensions `fancyvrb`, `filecontents`, `ifthen` et `ifpdf`;
- pour ceux qui compilent avec `pdfLATEX`, il n'y a aucun problème et rien à faire car `tablor` contient déjà ce qu'il faut pour s'adapter : `\ifpdf \DeclareGraphicsRule{*}{mps}{*}{} \fi`

- il faut installer le fichier `tablор.sty` dans son `texmf` personnel. Pour ceux qui ont une version récente de `MiKTeX` ou `TeXLive`, `tablор` est déjà installé. Pour les utilisateurs de `Unix`, vous devez savoir comment faire... Par commodité, vous pouvez en profiter pour installer la version `Unix` de *MiKTeX package manager*. J'ai fait un petit script pour vous y aider ici : <http://gconnan.free.fr/?page=52>
- il faut installer le fichier de configuration `tablор.cfg` dans le même répertoire de `tablор.sty` ce qui est fait automatiquement soit par décompression d'une archive `tablор.zip` soit par l'intermédiaire des distributions `MiKTeX` et `TeXLive`.



Conflit d'extensions



L'extension `fancybox` rentre en conflit avec `fancyvrb` qu'utilise `tablор` car elles définissent toutes deux différemment l'environnement `VerbatimOut`.



Commandes créées



Huit nouvelles commandes sont créées : `\tv`, `\tvbis`, `\nettoyer`, `\initablор`, `\dresse`, `\dressetoile`, `\executGiacmp`. Attention aux conflits si de tels noms existent quelque part dans vos fichiers personnels.

V - Comment l'utiliser ?



Faut-il savoir utiliser MetaPOST et XCAS ?



Non ! Tous les appels à ces logiciels se font sans aucune intervention de l'utilisateur.

a. Préambule

Les ECM donnés en exemple ne dépendent pas du moteur de compilation : `TeX+dvi+dvips` ou `pdfTeX` conviennent.

Le préambule sera toujours :

```
\documentclass{article}
\usepackage{graphicx}
\usepackage[french]{babel} % or eunozer language
\usepackage[xcas]{tablор} % xcас en option : cf plus loin
```

b. L'option `xcas`

On met `xcas` si l'on a installé `giac/XCAS` sur son ordinateur et on ne met rien si `giac/XCAS` n'est pas installé ou (et) que l'on a récupéré un fichier `tex` avec les fichiers sources `MetaPOST` ; Ainsi, `tablор` ne fera pas appel à `giac/XCAS` et se contentera de compiler les fichiers `MetaPOST`.

c. Fichier de configuration `tablор.cfg`

Contenu

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%   Fichier de configuration de tablор.sty   %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% La mise à jour de ce fichier permet d'adapter certains paramètres du
% package tablор.sty
% au poste de travail et aux habitudes des utilisateurs.

%=====
% I – Configuration du préambule MetaPOST
%=====

\begin{filecontents*}{enteteMP.cfg}
input tableauVariation;
verbatimtex
%&latex
\documentclass{article}
\usepackage[upright]{fourier} % ou mathpazo , lmodern , etc. ou rien !
\usepackage{amsmath}
\renewcommand\mbox[1]{ #1 } % pour les mbox intempestifs de xcas
\renewcommand\cdot{ } % idem pour les cdot
\begin{document}
\catcode'\@=0 % pour utiliser le @
etex
\end{filecontents*}

% =====
% II – Déclaration du système d'exploitation :
% =====

% Si vous utilisez windows , dé-commentez la ligne suivante :

% \setboolean{windows}{true}

%=====
% III – Déclaration de l'éditeur utilisé
% =====
%
% Remplacez "kile" par la commande qui lance un autre éditeur que
% votre éditeur favori pour afficher les tableaux à modifier.
```

```

% Laissez une espace avant de fermer l'accolade .

\newcommand{\editeur}{kile }


%=====
%IV - 1ere colonne
%=====
%
%permet de configurer les termes dans la premiere colonne des
%tableaux : "signe de" ou "sign of" ou "" etc .
%

\begin{VerbatimOut}{config.cxx}

// POUR LES TV, TVI,TVZ,TVapp,TSq,TSa
// pour la ligne signe
lsic:="
newLigneSignes(btex $\hbox{ Signe de }\atop{\displaystyle "};

// POUR LES TV, TVI,TVZ,TVapp
// pour la ligne variation
lvic:="
newLigneVariations(btex $\hbox{ Variations de }\atop{\displaystyle "};

\end{VerbatimOut}


%% you may prefer

% \begin{VerbatimOut}{config.cxx}

% // FOR TV, TVI,TVZ,TVapp,TSq,TSa
% // for the signs
% lsi c :="
% newLigneSignes(btex $\hbox{ Sign of }\atop{\displaystyle "};

% // POUR LES TV, TVI,TVZ,TVapp
% // for the variations
% lvi c :="
% newLigneVariations(btex $\hbox{ Variations of }\atop{\displaystyle "};

%\end{VerbatimOut}

```

```

%% ou si vous préférez que ni signe ni variation n'apparaissent

% \begin{VerbatimOut}{config.cxx}

% // POUR LES TV, TVI,TVZ,TVapp,TSq,TSa
% // pour la ligne signe
% lsign := "
% newLigneSignes(btex  $\displaystyle$  ");

% // POUR LES TV, TVI,TVZ,TVapp
% // pour la ligne variation
% lsign := "
% newLigneVariations(btex  $\displaystyle$  ");

% \end{VerbatimOut}

```

Vous le placerez dans la même arborescence que `tablor.sty` et le modifierez si besoin est.

Rôle

- La première partie permet de configurer le préambule `tex` qui sera utilisé par MetaPOST pour créer les tableaux. La ligne contenant l'extension des fontes est en particulier optionnelle : vous pouvez la modifier, voire la supprimer selon vos choix de fontes ;
- si vous utilisez Microsoft-Windows, il faudra décommenter la ligne spécifiée afin que les commandes `unix` soient remplacées automatiquement par des commandes `dos` ;
- l'éditeur sera appelé dans certains cas pour modifier l'aspect des tableaux dans les fichiers sources MetaPOST. Il faudra choisir un éditeur comme par exemple `emacs`, `xemacs`, `texmaker`, `vi`, `winshell`, `notepad`, `vim`, `kate`, `gedit`, `textmate`, `texshop`, `kile`, etc. Pour éviter certains problèmes, choisissez un autre éditeur que celui que vous utilisez pour \LaTeX afin que la fenêtre s'ouvre sans problème.

Voir aussi le paragraphe ?? ;

- par défaut, on voit apparaître dans la première colonne des tableaux « signe de » ou « variations de ». Vous pouvez modifier ces réglages ici comme indiqué ; deux exemples sont donnés : en anglais ou en n'écrivant que les expressions.

d. Initialisation de `tablor` et préfixe des tableaux

Les fichiers MetaPOST des tableaux sont regroupés dans un fichier de suffixe `.Tab.mp`. Le préfixe est par défaut celui du fichier `tex` appelant `tablor`. Il est possible, pour des raisons de classement personnel, de modifier ce préfixe à la suite du `\begin{document}` en entrant :

```
\initablor
```

si l'on veut avoir comme préfixe le préfixe courant (obtenu par `\jobname`) ou bien :


```
\initablor[Waouh]
```

si l'on veut que le fichier MetaPOST des tableaux s'appelle `Waouh.Tab.mp`

Si tout s'est bien passé, on doit supprimer les fichiers `log` de MetaPOST et clore le fichier `.Tab.mp` en entrant juste avant `\end{document}` la commande :

```
\nettoyer
```

ou bien, selon les cas :

```
\nettoyer[Waouh]
```

En résumé, notre fichier `tex` aura cette ossature :

```
\documentclass{article}
\usepackage{graphicx}
\usepackage[french]{babel} % or eunoyer language
\usepackage[xcas]{tablor} % options modifiables

\begin{document}

\initablor

...

\nettoyer

\end{document}
```

VI - Facteur de réduction

Si vous trouvez le tableau trop grand, vous pouvez utiliser la commande `\ech{nombre}` où `nombre` représente le coefficient de réduction ou d'agrandissement du tableau.

Par exemple, comparez :

```
\begin{TV}
TV([-10,+infinity],[-1,1],"g","t",x^2/(x^2-1),1,n,\tv)
\end{TV}
```

t	-10	-1	0	1	$+\infty$
Signe de $g'(t)$	+	+	0	-	-
Variations de g	$\frac{100}{99} \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow 0$	$0 \searrow -\infty$	$+\infty \searrow 1$	

et

```
\ech{0.7}
\begin{TV}
TV([-10,+\infty],[-1,1],"g","t",x^2/(x^2-1),1,n,\tv)
\end{TV}
\ech{1}
```

t	-10	-1	0	1	$+\infty$
Signe de $g'(t)$	+	+	0	-	-
Variations de g	$\frac{100}{99} \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow 0$	$0 \searrow -\infty$	$+\infty \searrow 1$	



Remise à l'échelle 1

N'oubliez pas de remettre à l'échelle 1 en entrant à la suite de l'environnement `\ech{1}`

VII - Nom des fonctions et commandes \LaTeX

Si vous voulez donner un nom de fonction nécessitant l'emploi d'une commande \LaTeX , il faudra utiliser le caractère `@` au lieu de `\`.

Par exemple, pour nommer une fonction φ , il faudra entrer `@varphi` :

```
\begin{TSq}
TSq("@varphi",[-45*x-27],[2-x],[-infinity,+\infty],n,\tv)
\end{TSq}
```

x	$-\infty$	$-\frac{3}{5}$	2	$+\infty$
Signe de $-(45x) - 27$	+	0	-	-
Signe de $2 - x$	+	+	0	-
Signe de $\varphi(x)$	+	0	-	+

VIII - Utilisation du moteur $\text{Xe}\text{\LaTeX}$

On peut à présent compiler via $\text{Xe}\text{\LaTeX}$ en utilisant l'extension dédiée `tablor-xetex.sty` qui ne fonctionnera que dans un environnement UNIX puisqu'elle utilise un script `shell` pour convertir les sorties MetaPOST en pdf :

```
\ifxetex

\begin{filecontents*}{convert-mp-pdf.sh}
#!/bin/sh
```

```

mpost -interaction nonstopmode $1 ;

cat>$1.tex<<EOF
\documentclass{article}
\usepackage[T1]{fontenc}
\usepackage[frenchb]{babel}
\usepackage{graphicx}
\usepackage{pst-eps}
\thispagestyle{empty}
\begin{document}
\begin{TeXtoEPS}
\includegraphics{$1.0}
\end{TeXtoEPS}
\end{document}
EOF
latex $1
dvips -o $1.eps -E $1.dvi
epstopdf $1.eps;
## Fin de convert-mp-pdf.sh
\end{filecontents*}

%$>>

\immediate\write18{chmod 775 ./convert-mp-pdf.sh}

\fi

```

Il n'y a rien à faire. Cette version peut même être utilisée avec pdf \LaTeX ou pdf \TeX !

IX - Tableaux des variations

a. Tableau standard

L'environnement s'appelle TV. On utilise une commande au format XCAS :

```
TV([borne inf, borne sup], [valeurs interdites], "nom_fonction", "nom_
variable", expression en fonction de x, lignes, trigo, \tv)
```

- [borne inf, borne sup] désigne les bornes de l'ensemble de définition. On note $+\infty$: `+infinity` et $-\infty$: `-infinity`. N'oubliez pas les crochets !
- [valeurs interdites] désigne la liste des valeurs interdites ;
- "nom fonction" désigne la lettre représentant la fonction telle que vous voulez qu'elle apparaisse : f, g, φ , etc.
- "nom variable" : même chose pour la variable, selon que vous voulez la désigner par x, t, etc. N'oubliez pas les guillemets !

- **expression en fonction de x** désigne l'expression de la fonction. Attention ! Utilisez ici toujours x pour désigner la variable ;
 - le paramètre **lignes** est à remplacer par 1 si vous voulez voir apparaître une ligne avec le signe de la dérivée, par 0 si vous ne voulez pas de cette ligne et par 2 si vous ne voulez que le signe de la dérivée ;
 - le paramètre **trigo** est à remplacer par **t** si la fonction étudiée est trigonométrique et par tout autre symbole sinon ;
 - on termine par `\tv`, une commande permettant de numéroté les tableaux en interne.
- Voyons à présent quelques exemples.

1. Le tableau de variation sans signe de la dérivée de la fonction $f : x \mapsto x^2$ sur $[-5; 7]$.

On obtient :

x	-5	0	7
Variations de f	25	0	49

après avoir entré :

```
\begin{TV}
TV([-5,7],[],"f","x",x^2,0,n,\tv)
\end{TV}
```

2. Si on veut la même fonction sur \mathbf{R} avec le signe de la dérivée :

```
\begin{TV}
TV([-infinity,+infinity],[],"f","x",x^2,1,n,\tv)
\end{TV}
```

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	-	0	+
Variations de f	$+\infty$	0	$+\infty$

3. Avec la même fonction sur \mathbf{R} avec uniquement le signe de la dérivée :

```
\begin{TV}
TV([-infinity,+infinity],[],"f","x",x^2,2,n,\tv)
\end{TV}
```

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	-	0	+

4. Voici ce que cela donne pour $g : t \mapsto \frac{t^2}{t^2-1}$ sur $[-10; +\infty[$:

```
\begin{TV}
TV([-10,+\infty],[-1,1],"g","t",x^2/(x^2-1),1,n,\tv)
\end{TV}
```

t	-10	-1	0	1	$+\infty$
Signe de $g'(t)$	+	+	0	-	-
Variations de g	$\frac{100}{99} \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow 0$	$0 \searrow -\infty$	$+\infty \searrow 1$	

5. Pour la fonction $x \mapsto \sin(x) + \frac{1}{2}$ on n'oublie pas le paramètre t :

```
\begin{TV}
TV([-pi,pi],[],"g","t",sin(x)+1/2,1,t,\tv)
\end{TV}
```

t	$-\pi$	$\frac{(-\pi)}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	π			
Signe de $g'(t)$	$-$	0	$+$	0	$-$		
Variations de g	$\frac{1}{2}$	\searrow	$-\frac{1}{2}$	\nearrow	$\frac{3}{2}$	\searrow	$\frac{1}{2}$

6. Il y aura des problèmes pour des équations $f'(x) = 0$ que XCAS ne saurait pas résoudre de manière formelle. Il faudrait alors utiliser une résolution numérique et remplacer **resoudre** par **fsolve**. Mais dans les études demandées au Bac, l'étude des signes de la dérivée est possible formellement. Dans les cas plus exotiques, on peut faire le tableau « à la main ».

b. Tableau de variation avec « zone(s) interdite(s) »

Pour certaines fonctions, tout un (ou plusieurs) intervalle(s) est(sont) exclu(s) de l'ensemble de définition.

Par exemple, la fonction $x \mapsto \sqrt{x^2 - 1}$ est définie sur $] -\infty; -1] \cup [1; +\infty[$.

On utilise alors l'environnement TVZ (Z comme zone...).

```
\begin{TVZ}
TVZ([-infinity,+\infty],[],[[-1,1]],"@varphi","x",sqrt(x^2-1),1,n,\tv)
\end{TVZ}
```

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
Signe de $\varphi'(x)$	-		+	
Variations de φ	$+\infty \searrow 0$		$0 \nearrow +\infty$	



Listes des intervalles interdits

Le troisième argument est une liste d'intervalles : la liste des « zones interdites » qui peut éventuellement se réduire à un seul intervalle comme dans l'exemple précédent.

Voici un exemple comportant plusieurs zones interdites : $x \mapsto \ln((x-5)^2 - 1) + \ln(x^2 - 1)$

```
\begin{TVZ}
TVZ([-infinity,+infinity],[-1,1,4,6],[[-1,1],[4,6]], "f", "x", ln((x-5)
^2-1)+ln(x^2-1),1,n,\tv)
\end{TVZ}
```

x	$-\infty$	-1	1	$\frac{5}{2}$	4	6	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	$-$			0	$-$		$+$
Variations de f	$+\infty \rightarrow -\infty$		$-\infty \rightarrow \ln(\frac{441}{16})$		$-\infty \rightarrow -\infty$		$-\infty \rightarrow +\infty$

c. Tableau des variations avec théorème des valeurs intermédiaires

Si l'on veut mettre en évidence les solutions de l'équation $f(x) = a$, on utilise l'environnement TVI. La syntaxe est :

```
TVI([borne inf, borne sup], [valeurs interdites], "nom fonction", "nom
variable", expression en fonction de x, t, a, trigo, \tv)
```

Les paramètres sont les mêmes que pour TV mais on ajoute la valeur a bien sûr.

Par exemple, pour $f : x \mapsto \frac{x^2}{x^2-1}$ et l'équation $f(x) = 10$ on entre :

```
\begin{TVI}
TVI([-10,+infinity],[-1,1], "f", "x", x^2/(x^2-1), 1, 10, n, \tv)
\end{TVI}
```

et on obtient :

x	-10	α_1	-1	0	1	α_2	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	$+$			0	$-$		
Variations de f	$\frac{100}{99} \rightarrow 10 \rightarrow +\infty$		$-\infty \rightarrow 0 \rightarrow -\infty$		$+\infty \rightarrow 10 \rightarrow 1$		

Les solutions sont notées α_1, α_2 , etc.

Si l'équation est plutôt $f(x) = -1$:

```
\begin{TVI}
TVI([-10,+infinity],[-1,1], "f", "x", x^2/(x^2-1), 1, -1, n, \tv)
\end{TVI}
```

et on obtient :

x	-10	-1	α_1	0	α_2	1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+		+	+	-	-	-
Variations de f	$\frac{100}{99}$	$+\infty$	$-\infty$	-1	0	-1	$+\infty$

d. Tableau des variations avec théorème des valeurs intermédiaires et racines sous forme exacte

Si l'on veut mettre en évidence les solutions de l'équation $f(x) = a$ et qu'on veut faire apparaître les racines sous forme exacte et pas seulement sous forme d' α_i , on utilise l'environnement TVIex. La syntaxe est la même que TVI :

```
TVIex([borne inf, borne sup], [valeurs interdites], "nom fonction", "nom variable", expression en fonction de x, t, a, trigo, \tv)
```

Les paramètres sont les mêmes que pour TV mais on ajoute la valeur a bien sûr.

Par exemple, pour $f : x \mapsto \frac{x^2}{x^2-1}$ et l'équation $f(x) = 10$ on entre :

```
\begin{TVIex}
TVIex([-10, +infinity], [-1, 1], "f", "x", x^2/(x^2-1), 1, 10, n, \tv)
\end{TVIex}
```

et on obtient :

x	-10	$\frac{-(\sqrt{10})}{3}$	-1	0	1	$\frac{\sqrt{10}}{3}$	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+		+	+	-	-	-
Variations de f	$\frac{100}{99}$	10	$+\infty$	$-\infty$	0	$+\infty$	1

Si l'équation est plutôt $f(x) = -1$:

```
\begin{TVIex}
TVIex([-10, +infinity], [-1, 1], "f", "x", x^2/(x^2-1), 1, -1, n, \tv)
\end{TVIex}
```

et on obtient :

x	-10	-1	$\frac{-(\sqrt{2})}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+		+	+	-	-	-
Variations de f	$\frac{100}{99}$	$+\infty$	$-\infty$	-1	0	-1	$+\infty$

Avec une équation trigonométrique :

```
\begin{TVIex}
TVIex([-pi,pi],[],"@cos","x",cos(x),1,1/2,t,\tv)
\end{TVIex}
```

x	$-\pi$		$\frac{(-\pi)}{3}$		0		$\frac{\pi}{3}$		π
Signe de $\cos'(x)$	0	+		+	0	-		-	
Variations de \cos	-1		1/2		1		1/2		-1



Racines formelles non calculables

XCAS peut ne pas pouvoir trouver une expression exacte des racines et affichera un message barbare du style :

Unable to isolate x in ...

Le tableau ne sera alors pas construit et vous aurez un message d'erreur.

e. Tableaux de variations avec approximation des zéros de la dérivée

Il n'est parfois pas possible d'obtenir une valeur formelle des zéros de la dérivée. On est donc amené à rechercher une approximation numérique de ces zéros. Cela est possible grâce à la commande `fsolve` de XCAS utilisée à bon escient. On appellera les environnements `TVapp` et `TVIapp` ainsi que leurs associés étoilés.

Voyons sur un exemple.

Exemple

Soit g la fonction $x \mapsto \ln(x) - xe^{2-x}$.

Avec les élèves, on étudie d'abord la fonction $x \mapsto g'(x)$:

```
\begin{TVIapp}
TVIapp([0,+infinity],[0],"g'", "x", diff(ln(x)-x*exp(2-x),x),1,0,\tv)
\end{TVIapp}
```

x	0	α_1	0.337860	α_2	1.745534	$+\infty$
Signe de $g''(x)$	-		0	+		-
Variations de g'	$+\infty$	0	-0.530055	0	1.534460	0

On en déduit le tableau suivant :


```
\begin{TVapp}
TVapp([0,+infinity],[0],"g","x",ln(x)-x*exp(2-x),1,\tv)
\end{TVapp}
```

x	0	0.212584		0.584635		$+\infty$
Signe de $g'(x)$		+	0	-	0	+
Variations de g		$-\infty$	-2.818394	-2.944288	$+\infty$	

⚠ TVapp et TVlapp ne sont pas infallibles !!

Chercher *toutes* les approximations des racines de la dérivées c'est se lancer dans la théorie du tout c'est-à-dire concilier la recherche de solutions approchées pouvant être extrêmement proches sur des intervalles pouvant être extrêmement étendus. Un concepteur de logiciel de calcul formel s'y refuse. Je devais m'y coller par souci d'efficacité. Normalement, le code devrait fonctionner pour *la plupart* des cas étudiés par des profs pas trop sadiques. Ça ralentit légèrement la compilation. Le balayage se fait avec une précision de 0,1. C'est sûr qu'on peut trouver de nombreux exemples qui ne fonctionneront pas mais plus on veut resserrer les mailles du filet, plus on passe de temps à les tricoter sauf dans le cas des fonctions polynomiales grâce à XCAS.

Se pose aussi le problème des images et des tests de signes et de leurs approximations. Par exemple

```
\begin{TVapp}
TVapp([0,+infinity],[0],"g","x",1/3*x^3-0.0015*x^2+2e-06*x,1,\tv)
\end{TVapp}
```

renvoie un tableau curieux car les images des racines de la dérivées sont de l'ordre de 10^{-10} .

x	0	0.001000		0.002000		$+\infty$
Signe de $g'(x)$		+	0	+	0	+
Variations de g		0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	$+\infty$

Ça peut s'arranger en donnant en argument supplémentaire le nombre de chiffres affichés. Cela rendrait les différentes versions incompatibles et le jeu n'en vaut pas forcément la chandelle.

f. Tableaux de variations de fonctions prolongeables par continuité

On peut avoir prolongée une fonction par continuité et donc ne plus avoir de double barre sur la ligne des variations mais toujours une sur la ligne du signe de la dérivée.

On entre trois listes :

1. les bornes de l'intervalle d'étude, comme toujours ;
2. les valeurs où la fonction sera prolongée par continuité ;
3. les valeurs où la fonction n'est pas dérivable.

Cela donne pour $x \mapsto e^{-1/x^2}$:

```
\begin{TVPC}
TVPC([-infinity,+infinity],[0],[0],"g","t",e^(-1/x^2),1,n,\tv);
\end{TVPC}
```

t	$-\infty$	0	$+\infty$
Signe de $g'(t)$	-		+
Variations de g	1	0	1

g. Tableaux de variations et courbes paramétrées

On peut obtenir le tableau de variations correspondant à des courbes paramétrées définies par un système du type :

$$\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$$

La syntaxe est la suivante :

```
\begin{TVP}
TVP(IE,VI,["x","y"],"t",[x(t),y(t)],a,trigo,n,\tv)
\end{TVP}
```

avec IE l'intervalle d'étude, VI la liste des listes de valeurs interdites respectives pour les deux fonctions, a pour avoir un tableau complet ou partiel comme dans les autres "TV", enfin trigo qui vaut t si interviennent des fonctions trigonométriques, autre chose sinon.



Version de XCAS

L'utilisation de TVP implique l'utilisation d'une version de XCAS d'une date postérieure au 14 juin 2008 !

vii. Cas des fonctions trigonométriques

Étudions par exemple sur $\left[0 ; \frac{\pi}{2}\right]$

$$\begin{cases} x(t) = \cos(3t) \\ y(t) = \sin(4t) \end{cases}$$

```
\begin{TVP}
TVP([0,pi/2],[[[]],[[]],[ "x","y"],"t",[cos(3*t),sin(4*t)],1,t,\tv)
\end{TVP}
```

t	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$
Signe de $x'(t)$	0	$- (3 \sin(\frac{3\pi}{8}))$	0	$3 \sin(\frac{\pi}{8})$	3
Variations de x	1	$\cos(\frac{3\pi}{8})$	-1	$-(\cos(\frac{\pi}{8}))$	0
Signe de $y'(t)$	4	0	-2	0	4
Variations de y	0	1	$\frac{-(\sqrt{3})}{2}$	-1	0

vii. Les autres cas

Étudios par exemple sur $] -\infty ; +\infty[$

$$\begin{cases} x(t) = \frac{t^2}{(t+1)(t-2)} \\ y(t) = \frac{t^2(t+2)}{t+1} \end{cases}$$

```
\begin{TVP}
TVP([-infinity,+infinity],[[-1,2],[-1]],["x","y"],"t",[t^2/((t+1)*(t-2)),t^2*(t+2)/(t+1)],1,n,\tv)
\end{TVP}
```

t	$-\infty$	-4	-1	0	2	$+\infty$
Signe de $x'(t)$	-	0	+	+	0	-
Variations de x	1	$\frac{8}{9}$	$+\infty$	$-\infty$	0	$+\infty$
Signe de $y'(t)$	-	$-\frac{64}{9}$	-	-	0	+
Variations de y	$+\infty$	$\frac{32}{3}$	$-\infty$	$+\infty$	0	$+\infty$

X - Tableaux de signes

a. Cas du produit de deux facteurs affines

Pour étudier le signe de $(-2x + 3)(-x + 5)$ sur \mathbf{R} , on entre :

```
\begin{TSa}
  TSa(-2,3,-1,5,\tv);
\end{TSa}
```

On obtient :

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	5	$+\infty$	
Signe de $-2x+3$	+	0	-	-	
Signe de $-x+5$	+	+	0	-	
Signe de $(-2x+3)(-x+5)$	+	0	-	0	+

b. Cas du produit d'un nombre quelconque de facteurs quelconques sur un intervalle quelconque



Nouveauté à partir de la version 2.08

Par souci de cohérence avec l'environnement TSq, on doit rajouter maintenant en premier argument le nom de la fonction produit dans l'environnement TS.

Certains cas pathologiques ne vont pas fonctionner, mais sinon, pour étudier le signe de

$$(-2x+3)(x^2-1)(x^2+1)(x-1)(x^2-2)$$

on entre cette fois les expressions sous cette forme en précisant l'intervalle d'étude :

```
\begin{TS}
  TS("P", [-2*x+3,x^2-1,x^2+1,x-1,x^2-2],[-infinity,+infinity],n,\tv);
\end{TS}
```

On obtient :

x	$-\infty$	$-(\sqrt{2})$	-1	1	$\sqrt{2}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$		
Signe de $-(2x)+3$	+	+	+	+	+	0	-		
Signe de x^2-1	+	+	0	-	0	+	+		
Signe de x^2+1	+	+	+	+	+	+	+		
Signe de $x-1$	-	-	-	0	+	+	+		
Signe de x^2-2	+	0	-	-	-	0	+		
Signe de $P(x)$	-	0	+	0	-	0	+	0	-

Ou bien, sur un intervalle borné :

```
\begin{TS}
  TS("f", [x-10,x+10],[-15,10],n,\tv)
\end{TS}
```

x	-15	-10	10
Signe de $x-10$	-	-	0
Signe de $x+10$	-	0	+
Signe de $f(x)$	+	0	-

c. Signe d'un quotient

On entre dans deux listes différentes les facteurs du numérateur et du dénominateur :

```
\begin{TSq}
TSq("nom du quotient",[liste des facteurs du numérateur],[liste des
facteurs du dénominateur],[inf,sup],trigo,\tv)
\end{TSq}
```

Par exemple, pour étudier le signe de $\frac{(-2x+3)(-4x+5)}{(x^2-16)(x-2)}$ sur \mathbf{R} :

```
\begin{TSq}
TSq("Q",[-2*x+3,-4*x+5],[x^2-16,x-2],[-infinity,+infinity],n,\tv)
\end{TSq}
```

x	$-\infty$	-4	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	2	4	$+\infty$
Signe de $-(2x)+3$	+	+	+	0	-	-	-
Signe de $-(4x)+5$	+	+	0	-	-	-	-
Signe de x^2-16	+	0	-	-	-	-	+
Signe de $x-2$	-	-	-	-	0	+	+
Signe de $Q(x)$	-	+	0	-	0	+	+

Sur un intervalle borné :

```
\begin{TSq}
TSq("Q",[x-10,x-5],[x+10,x+3],[-10,10],n,\tv)
\end{TSq}
```

x	-10	-3	5	10
Signe de $x-10$	-	-	-	0
Signe de $x-5$	-	-	0	+
Signe de $x+10$	0	+	+	+
Signe de $x+3$	-	0	+	+
Signe de $Q(x)$	-	+	0	-

d. Signe d'une seule expression

On utilise l'environnement TSc comme *Tableau de Signe court* en précisant l'expression étudiée, l'intervalle considéré et les valeurs interdites :

```
\begin{TSc}
TSc((x-10)*(x+5), [-10,10], [], n, \tv)
\end{TSc}
```

x	-10	-5	10
Signe de $(x-10)(x+5)$	+	0	-

avec valeurs interdites :

```
\begin{TSc}
TSc((x+10)/((x-5)*(x-2)), [-10,5], [2,5], n, \tv)
\end{TSc}
```

x	-10	2	5
Signe de $(x+10)$ $(x-5)(x-2)$	0	+	-

valeurs interdites et fonction trigonométrique :

```
\begin{TSc}
TSc(tan(x), [0,2*pi], [pi/2,3*pi/2], t, \tv)
\end{TSc}
```

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Signe de $\tan(x)$	0	+	-	0	+

XI - Comment modifier les tableaux à partir des fichiers MetaPOST ?

a. Tableau par tableau

Il est impossible de prévoir toutes les requêtes des différents utilisateurs. Le style du tableau produit peut néanmoins vous déplaire. Vous pouvez le modifier en intervenant directement sur le fichier MetaPOST créé pour chaque tableau. Pour cela, il suffit d'ajouter une étoile au nom de l'environnement utilisé et de donner un numéro à votre nouvelle figure pour qu'elle ne soit pas écrasée par les compilations suivantes. Numérotez à partir de 100 par exemple.

Si vous tapez :

```
\begin{TV*}{100}
    TV([-1,+infinity],[],"f","x",x-ln(x+1),1,n,\tv)
\end{TV*}
```

l'éditeur que vous avez mis en option (voir le paragraphe b.) est directement lancé et le fichier MetaPOST correspondant à votre tableau qui portera le numéro 100 est affiché. Vous pouvez alors le modifier, taper sur **Ctrl** + **S** pour l'enregistrer et **Ctrl** + **Q** pour fermer l'éditeur¹. La compilation s'achève alors automatiquement comme pour un environnement non étoilé.



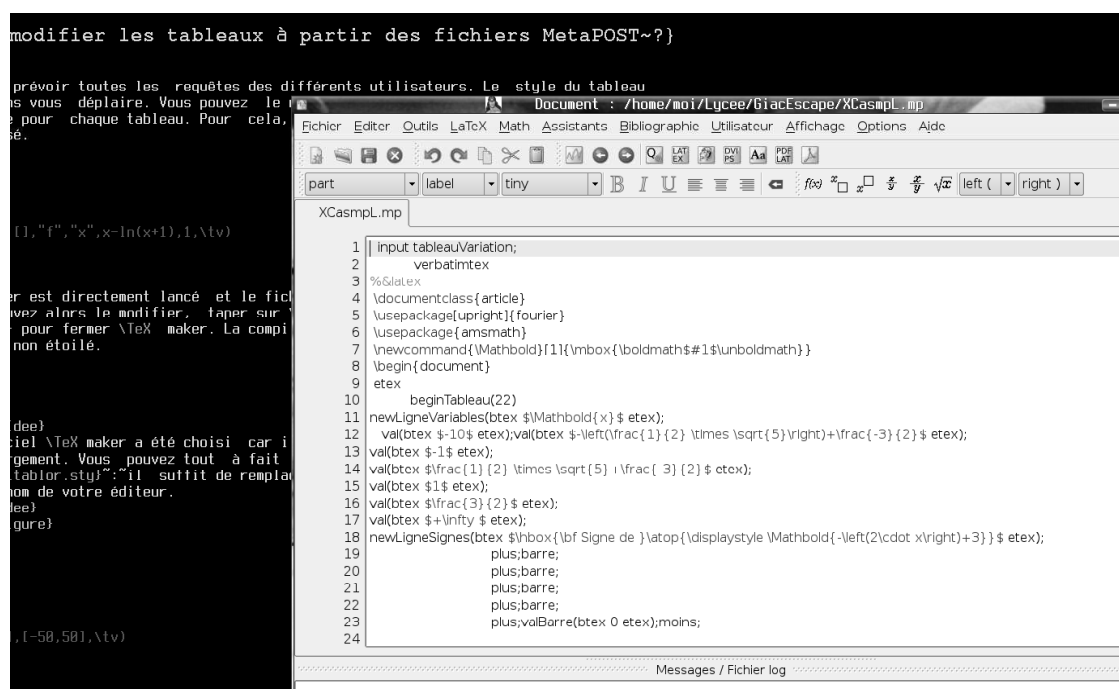
Choix de l'éditeur

Évitez de choisir votre éditeur habituel : sur Linux prenez par exemple gedit ou kate, sur Windows prenez wordpad, etc.

Par exemple, je tape :

```
\begin{TS*}{100}
    TS("F",[3*x+2,5*x^2-1],[-50,50],n,\tv)
\end{TS*}
```

et apparaît une fenêtre de l'éditeur (ici T_EXmaker) avec le fichier correspondant au tableau. Je le modifie à volonté :



Je tape sur **Ctrl** + **S** puis **Ctrl** + **Q** et la compilation reprend automatiquement pour m'afficher le tableau voulu :

1. Ces combinaisons de touches correspondent à la plupart des éditeurs mais ne sont pas universelles : vérifiez pour celui que vous avez choisi.

x	-50	$-\frac{2}{3}$	$\frac{-(\sqrt{5})}{5}$	$\frac{\sqrt{5}}{5}$	50		
Signe de $3x+2$	-	0	+	+	+		
Signe de $5x^2-1$	+	+	0	-	0	+	
Signe de $F(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Une fois la modification faite, on ne vous redemandera pas d'effectuer de modifications, sauf si vous changez le numéro de la figure.

b. Traitement global dans un unique fichier MetaPOST

Un fichier préfixe.Tab.mp est créé où sont copiés les sources de chaque tableau. Vous pouvez ainsi retravailler globalement sur les tableaux si besoin ou les transmettre à une personne n'ayant pas installé XCAS. Voir le paragraphe ?? pour plus de détails.

XII - Merci...

- à [Frédéric MAZOIT](#) pour son fichier `tableauVariation.mp`;
- à [Yves DELHAYE](#) pour ses idées sur le `shell-escape`
- à [Bernard PARISSE](#) pour XCAS ;
- à Jean-Michel BOUCART pour ses précieuses et efficaces améliorations de la partie $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ du code.

XIII - Erreurs habituelles

Avez-vous rendu possible le `shell-escape`? Avez-vous installé toutes les extensions listées en début de ce document? Est-ce que XCAS est dans votre PATH?

La première chose est d'analyser le fichier `log`.

En cas de problème, n'hésitez pas à me contacter à l'adresse indiquée sur mon site en joignant le fichier `log`.

XIV - Tablor et Emacs

Pour les heureux utilisateurs de tempo, voici quelques lignes pour faciliter votre vie à rajouter dans un fichier `latex-tempo` :

```
;;
;;          TABLOR
;;;
;cas tableau de variation
  ("TV" (& > "\\begin{center}"n>
        "\\begin{TV}" n>
"TV(["(p "debut de l'intervalle:)", "(p "fin de l'intervalle:)", "
      ["(p "liste de valeurs interdites (,) :)", "

```



```

        "\"(p \"nom de la fonction :\")\"\", \"
        "\"(p \"nom de la variable :\")\"\", \"
        \"\"(p \"expression de la fonction (utiliser x) :\")\", \"
\"\"(p \"type de tableau (1:complet, 0:sans signe, 2:que le signe) :\")\", \"
\"\"(p \"trigo ? (t:oui, n:non) :\")\", \"
        \"\\tv)\" n>
        \"\\end{TV}\" n>
        \"\\end{center}\" > % ))
;cas TVI
(\"TVI\" (& > \"\\begin{center}\"n>
        \"\\begin{TVI}\" n>
\"TVI([\"(p \"debut de l'intervalle:)\", \"(p \"fin de l'intervalle:)\"]\", \"
        \"[(p \"liste de valeurs interdites (,) :\")\", \"
        \"\"(p \"nom de la fonction :\")\"\", \"
        \"\"(p \"nom de la variable :\")\"\", \"
        \"\"(p \"expression de la fonction (utiliser x) :\")\", \"
\"\"(p \"type de tableau (1:complet, 0:sans signe, 2:que le signe) :\")\", \"
\"\"(p \"trigo ? (t:oui, n:non) :\")\", \"
        \"\"(p \"f(x)=l pour la valeur l :\")\", \"
        \"\\tv)\" n>
        \"\\end{TVI}\" n>
        \"\\end{center}\" > % ))
;cas signe produit
(\"TS\" (& > \"\\begin{center}\"n>
        \"\\begin{TS}\" n>
        \"TS(\"\"(p \"nom du produit :\")\"\", \"
        \"[(p \"liste des facteurs (,) :\")\", \"
        \"[(p \"debut de l'intervalle:)\", \"(p \"fin de l'intervalle:)\"]\", \"
        \"], \"
        \"\"(p \"trigo ? (t:oui, n:non) :\")\", \"
        \"\\tv)\" n>
        \"\\end{TS}\" n>
        \"\\end{center}\" > % ))
;cas signe quotient
(\"TSq\" (& > \"\\begin{center}\"n>
        \"\\begin{TSq}\" n>
        \"TSq(\"\"(p \"nom du quotient :\")\"\", \"
        \"[(p \"liste des facteurs du numerateur (,) :\")\", \"
        \"[(p \"liste des facteurs du denominateur (,) :\")\", \"
        \"], \"
        \"[(p \"debut de l'intervalle:)\", \"(p \"fin de l'intervalle:)\"]\", \"
        \"], \"
        \"\"(p \"trigo ? (t:oui, n:non) :\")\", \"
        \"\\tv)\" n>

```

```

"\\end{TSq}" n>
"\\end{center}" > % ))

; Tableau signe court
("TSc" (& > "\\begin{center}"n>
"\\begin{TSc}" n>
"TSc("(p "expression :)", ""["
(p "debut de l'intervalle:)", "
(p "fin de l'intervalle:)", ""["
(p "liste de valeurs interdites (,) :)", ""
(p "trigo ? (t:oui, n:non) :)", "
"\\tv)" n>
"\\end{TSc}" n>
"\\end{center}" > % ))

;cas tableau de variation avec zone interdite
("TVZ" (& > "\\begin{center}"n>
"\\begin{TV}" n>
"TVZ(["(p "debut de l'intervalle:)", "(p "fin de l'intervalle:)", "
["(p "liste de valeurs interdites (,) :)", "
["(p "liste des zones interdites ([,],[,]) :)", "
"\\\"(p "nom de la fonction :)"\\", "
"\\\"(p "nom de la variable :)"\\", "
\"(p "expression de la fonction (utiliser x) :)", "
\"(p "type de tableau (1:complet, 0:sans signe, 2:que le signe) :)", "
\"(p "trigo ? (t:oui, n:non) :)", "
"\\tv)" n>
"\\end{TV}" n>
"\\end{center}" > % ))

;cas TVP
("TVP" (& > "\\begin{center}"n>
"\\begin{TVI}" n>
"TVP(["(p "debut de l'intervalle:)", "(p "fin de l'intervalle:)", "
["(p "liste de valeurs interdites de x(t)(,) :)"
"], "
["(p "liste de valeurs interdites de y(t)(,) :)"
]], "
["\\\"(p "nom de la fonction x :)"\\", "
"\\\"(p "nom de la fonction y :)"\\", "
"\\\"(p "nom de la variable :)"\\", "
["(p "expression de la fonction x (utiliser t) :)"
", "
"(p "expression de la fonction y (utiliser t) :)"
"], "

```

```

""(p "type de tableau (1:complet, 0:sans signe, 2:que le signe) :")",
    ""(p "t si fonctions trigo, n sinon :")",
    "\\tv" n>
    "\\end{TVP}" n>
    "\\end{center}" > % ) )

```

Merci à [Phil Pham](#).

XV - Galerie

Voici quelques exemples de tableaux :

```

\begin{TVI}
TVI([-1,+\infty],[-1],"f","x",x^2/sqrt(x+1)-1,1,2,n,\tv)
\end{TVI}

```

x	-1	α_1	0	α_2	$+\infty$				
Signe de $f'(x)$		$-$	$-$	0	$+$	$+$			
Variations de f		$+\infty \searrow$	2	\searrow	-1	\nearrow	2	\nearrow	$+\infty$

```

\begin{TVI}
TVI([-1/2,+\infty],[],"f","x",x^2,1,2,n,\tv)
\end{TVI}

```

x	$\frac{-1}{2}$	0	α_1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$
Variations de f	$\frac{1}{4}$	0	2	$+\infty$

```

\begin{TVI}
TVI([0,+\infty],[0],"@ln","x",ln(x),1,2,n,\tv)
\end{TVI}

```

x	0	α_1	$+\infty$
Signe de $\ln'(x)$		+	+
Variations de \ln	$-\infty$	2	$+\infty$


```
\begin{TV}
TV([1,+\infty],[],"-\ln","x",-ln(x),1,n,\tv)
\end{TV}
```

x	1	$+\infty$
Signe de $-\ln'(x)$	-	
Variations de $-\ln$	$0 \searrow -\infty$	

```
\begin{TVI}
TVI([-pi,pi],[],"@cos","x",cos(x),1,1/2,t,\tv)
\end{TVI}
```

x	$-\pi$	α_1	0	α_2	π
Signe de $\cos'(x)$	0	+	+	0	-
Variations de \cos	$-1 \nearrow 1/2 \nearrow 1 \searrow 1/2 \searrow -1$				

```
\begin{TV}
TV([0,2*pi],[],"@cos","x",cos(x),1,t,\tv)
\end{TV}
```

x	0	π	2π	
Signe de $\cos'(x)$	0	—	0	+
Variations de \cos				

```
\begin{TVI}
TVI([0,pi],[pi/2],"@tan","t",tan(x),1,7,t,\tv)
\end{TVI}
```

t	0	α_1	$\frac{\pi}{2}$	π
Signe de $\tan'(t)$	+		+	+
Variations de \tan	$0 \nearrow 7 \nearrow +\infty$		$-\infty \nearrow 0$	

```
\begin{TVIex}
TVIex([0,\pi],[\pi/2], "@tan", "t", \tan(x), 1, 7, t, \tv)
\end{TVIex}
```

t	0	$\arctan(7)$		$\frac{\pi}{2}$	π
Signe de $\tan'(t)$		+	+		+
Variations de \tan	0	7		$+\infty$	0

```
\begin{TVI}
TVI([-1,1],[], "f", "x", (1-x)*sqrt(1-x^2), 1, 1, n, \tv)
\end{TVI}
```

x	-1	α_1	$-\frac{1}{2}$	α_2	1
Signe de $f'(x)$		+	0	-	-
Variations de f	0	1	$\frac{3\sqrt{3}}{4}$	1	0

```
\begin{TVIex}
TVIex([-1,1],[], "f", "x", (1-x)*sqrt(1-x^2), 1, 1, n, \tv)
\end{TVIex}
```

x	-1	-0.839287	$-\frac{1}{2}$	0	1
Signe de $f'(x)$		+	0	-	-
Variations de f	0	1	$\frac{3\sqrt{3}}{4}$	1	0

```
\begin{TV}
TV([-1,+\infty],[-1], "f", "x", \ln(1+x)-(x-x^2/2+x^3/3), 1, n, \tv)
\end{TV}
```

x	-1	0	$+\infty$
Signe de $f'(x)$		+	-
Variations de f	$-\infty$	0	$-\infty$

```
\begin{TS}
TS("G", [-2*x+3, x-1, x+1, x^2+3*x+1], [-10, +infinity], n, \tv);
\end{TS}
```

x	-10	$\frac{-(\sqrt{5})-3}{2}$	-1	$\frac{(\sqrt{5}-3)}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
Signe de $-(2x)+3$	+	+	+	+	+	0	-
Signe de $x-1$	-	-	-	-	0	+	+
Signe de $x+1$	-	-	0	+	+	+	+
Signe de x^2+3x+1	+	0	-	-	0	+	+
Signe de $G(x)$	+	0	-	0	+	0	-

```
\begin{TVI}
TVI([-infinity, +infinity], [], "f", "x", (x+2)*exp(x-1)-1, 1, 0, n, \tv)
\end{TVI}
```

x	$-\infty$	-3	α_1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	-	0	+	+
Variations de f	-1	$-(e^{-4})-1$	0	$+\infty$

```
\begin{TVI}
TVI([-infinity, +infinity], [], "f", "x", 1+(-2*x+1)*exp(2*x), 1, 0, n, \tv)
\end{TVI}
```

x	$-\infty$	0	α_1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+	0	-	-
Variations de f	1	2	0	$-\infty$

```
\begin{TV}
TV([0, +infinity], [], "f", "x", ln(exp(x)+x)-x, 1, n, \tv)
\end{TV}
```

x	0	1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+	0	-
Variations de f	0	$\ln\left(\frac{(e^1+1)}{e^1}\right)$	0

```
\begin{TVI}
TVI([0,\pi],[\ ],"f","x",\cos(x)-x,1,0,n,\tv)
\end{TVI}
```

x	0	α_1	π
Signe de $f'(x)$		—	—
Variations de f	1	0	$-\pi-1$

```
\begin{TVI}
TVI([0,+\infty],[0],"f","x",\ln(x)-(\ln(x))^2,1,-1,n,\tv)
\end{TVI}
```

x	0	α_1	$e^{\frac{1}{2}}$	α_2	$+\infty$
Signe de $f'(x)$		+	0	—	—
Variations de f	$-\infty$	-1	$\frac{1}{4}$	-1	$-\infty$

```
\begin{TVIex}
TVIex([0,+\infty],[0],"f","x",\ln(x)-(\ln(x))^2,1,-1,n,\tv)
\end{TVIex}
```

x	0	$e^{\frac{-(\sqrt{5})+1}{2}}$	$e^{\frac{1}{2}}$	$e^{\frac{(\sqrt{5})+1}{2}}$	$+\infty$
Signe de $f'(x)$		+	0	—	—
Variations de f	$-\infty$	-1	$\frac{1}{4}$	-1	$-\infty$

```
\begin{TSc}
TSc((x-10)*(x+10),[-10,10],[\ ],n,\tv)
\end{TSc}
```

x	-10	10
Signe de $(x-10)(x+10)$	0	0

```
\begin{TVZ}
TVZ([-\infty,+\infty],[\ ],[[-1,1]],"f","x",(\sqrt{x^2-1})*(x^2-4),1,n,\tv)
\end{TVZ}
```

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	-1	1	$\sqrt{2}$	$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$		
Variations de f	$+\infty$		-2	0		$+\infty$

```
\begin{TVZ}
TVZ([-infinity, +infinity], [-1, 1], [[-1, 1]], "f", "x", ln(x^2-1), 1, n, \tv)
\end{TVZ}
```

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$-$		$+$
Variations de f	$+\infty$		$-\infty$	$+\infty$

```
\begin{TVP}
TVP([0, pi/2], [[], []], ["x", "y"], "t", [cos(3*t), sin(4*t)], 1, t, \tv)
\end{TVP}
```

t	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$
Signe de $x'(t)$	0	$-$	0	$+$	0
Variations de x	1	$\cos(\frac{3\pi}{8})$	-1	$-\cos(\frac{\pi}{8})$	0
Signe de $y'(t)$	4	$+$	0	$-$	4
Variations de y	0	1	$\frac{-(\sqrt{3})}{2}$	-1	0

```
\begin{TVP}
TVP([0, 2*pi], [[], []], ["x", "y"], "t", [t-2*sin(t), -1+2*cos(t)], 1, t, \tv)
\end{TVP}
```


t	0	$\frac{\pi}{3}$	π	$\frac{5\pi}{3}$	2π
Signe de $x'(t)$	-1	0	3	0	-1
Variations de x	0	$\frac{(\pi+3\sqrt{3})}{3}$	π	$\frac{(5\pi+3\sqrt{3})}{3}$	2π
Signe de $y'(t)$	0	$-(\sqrt{3})$	0	$\sqrt{3}$	0
Variations de y	1	0	-3	0	1

```

\begin{TVZ}
TVZ([-infinity,+infinity],[[]],[[-1,1],[4,6]],"f","x",sqrt((x-5)^2-1)+
sqrt(x^2-1),1,n,\tv)
\end{TVZ}

```

x	$-\infty$	-1	1	4	6	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	-		+		+	
Variations de f	$+\infty$	$\sqrt{35}$	$\sqrt{15}$	$\sqrt{15}$	$\sqrt{35}$	$+\infty$

```

\begin{TVP}
TVP([0,pi/2],[[]],[[]],["f","g"],"t",[(sin(3*t)), (sin(4*t))],1,t,\tv)
\end{TVP}

```

t	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$
Signe de $f'(t)$	3	$3\cos(\frac{3\pi}{8})$	0	$-(3\cos(\frac{\pi}{8}))$	0
Variations de f	0	$\sin(\frac{3\pi}{8})$	1	$-(\sin(\frac{\pi}{8}))$	-1
Signe de $g'(t)$	4	0	-2	0	4
Variations de g	0	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0

```

\begin{TS}
TS(" f ",[cos(x)-1/2,sin(x)+1/2],[0,2*pi],t,\tv)
\end{TS}

```

x	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π			
Signe de $\cos(x) + \frac{1}{-2}$	+	0	-	-	0	+			
Signe de $\sin(x) + \frac{1}{2}$	+		+	0	-	0	+		
Signe de $f(x)$	+	0	-	0	+	0	-	0	+

```
\begin{TVIapp}
TVIapp([-1,+\infty],[-1,0],"g'", "x",diff(ln(x+1)/x^2,x),1,0,\tv)
\end{TVIapp}
```

x	-1	α_1	0	$+\infty$
Signe de $g''(x)$		-	-	+
Variations de g'	$+\infty$	$\nearrow 0$	$\searrow -\infty$	$-\infty \nearrow 0$

Table des matières