

tablор.sty

La machine à créer des tableaux de signes et de variations

Guillaume CONNAN

<http://gconnan.free.fr>

17 janvier 2008 - Version 1.2

I - Ça sert à quoi ?

Il s'agit d'obtenir rapidement un tableau de signes ou un tableau de variations en entrant un minimum de commandes.

II - Comment ça marche ?

On entre une instruction qu'on envoie via \LaTeX à **XCAS** qui effectue un certain nombre de calculs (résolution d'équations, calcul de limites). **XCAS** renvoie un résultat sous la forme d'un script **MetaPOST** qui est compilé. Un tableau est créé et ensuite inséré dans le document tex.

III - De quoi a-t-on besoin ?

- Il faut avoir installé **XCAS**, logiciel multi-plateforme de calcul et de programmation :
http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/%7Eparisse/giac_fr.html;
- il faut avoir le fichier de macros **MetaPOST** `tableauVariation.mp` de Frédéric Mazoit :
http://frederic.mazoit.free.fr/LaTeX_metapost/tableauVariations/;
Pour ceux qui sont guère habitués à **MetaPOST**, cela ne pose aucun problème car les scripts et compilations **MetaPOST** se font automatiquement. Il suffit de créer dans son texmf personnel une arborescence du style : `./texmfperso/metapost/tablор/` et d'y placer `tableauVariation.mp` puis un rehash. C'est exactement la même démarche que pour installer une nouvelle extension \LaTeX .
- il faut être en mode `shell-escape` pour autoriser les sorties de la compilation tex. Pour **emacs**, on rajoute en fin de fichier `%% mode: latex --shell-escape`; pour les autres éditeurs, il faut modifier la commande de compilation. Sinon, on peut modifier le fichier `texmf.cnf` pour que le mode soit automatisé en modifiant la ligne suivante : `shell-escape t`;
- il faut avoir à disposition l'extension `fancyvrb`;
- pour ceux qui compilent avec `pdf \LaTeX` , il faut avoir effectué les petits réglages nécessaires à l'utilisation de figures produites par **MetaPOST**;
- il faut enfin installer le fichier `tablор.sty` dans son texmf personnel.



Pour les utilisateurs de Microsoft Windows, remplacer `\immediate\write18{giac <#1 }` par `\immediate\write18{giac #1 }` dans le fichier `tablor.sty` pour permettre le `shell-escape`. Pour les utilisateurs de TeXnicCenter, observez cette **explication** du paramétrage du `shell-escape`. On peut par exemple mettre :

`-enable-write18 -shell-escape -src -interaction=nonstopmode "%Wm".`

Sur TeXmaker, c'est `latex -enable-write18 -shell-escape -interaction=nonstopmode %.tex`.

Pour faire comprendre à XP où trouver **giac**, vous pouvez modifier le path en suivant ces instructions :

Demarrer->Panneau de configuration->Système onglet Avancé->Variable d'environnement.

Le séparateur est le point virgule. (Merci à Gaëtan et à Daniel).

IV - Comment l'utiliser ?

a. Préambule

Les ECM donnés en exemple correspondent à une compilation \LaTeX +dvi+dvips.

Le préambule sera toujours :

```
\documentclass{article}
\usepackage{graphicx,tablor}
\usepackage[upright]{fourier}
```

b. Tableaux des variations

L'environnement s'appelle TV. On utilise une commande au format XCAS :

```
TV([borne inf, borne sup], [valeurs interdites], "nom fonction", "nom variable",
  expression en fonction de x, t, numero du tableau)
```

- ➔ `[borne inf, borne sup]` désigne les bornes de l'ensemble de définition. On note $+\infty$: `+infinity` et $-\infty$: `-infinity`. N'oubliez pas les crochets !
- ➔ `[valeurs interdites]` désigne la liste des valeurs interdites ;
- ➔ "nom fonction" désigne la lettre représentant la fonction telle que vous voulez qu'elle apparaisse : *f, g, φ* , etc.
- ➔ "nom variable" : même chose pour la variable, selon que vous voulez la désigner par *x, t*, etc. N'oubliez pas les guillemets !
- ➔ `expression en fonction de x` désigne l'expression de la fonction. Attention ! Utilisez ici toujours *x* pour désigner la variable ;
- ➔ le paramètre `t` est à remplacer par 1 si vous voulez voir apparaître une ligne avec le signe de la dérivée et par 0 si vous ne voulez pas de cette ligne.
- ➔ le `numero du tableau`, comme son nom l'indique, nécessite de numéroté dans l'ordre les tableaux créés par `tablor` dans votre document en commençant à un. La navigation entre \LaTeX , **MetaPOST**, **XCAS**, le **shell** complique un peu la gestion des compteurs...

Voyons à présent quelques exemples.

1. Le tableau de variation sans signe de la dérivée de la fonction $f : x \mapsto x^2$ sur $[-5; 7]$. On entre :

```
\begin{TV}
TV([-5,7],[],"f","x",x^2,0,1)
\end{TV}
```

et on obtient :

x	-5	0	7
Variations de f	25	0	49

2. Si on veut la même fonction sur \mathbb{R} avec le signe de la dérivée :

```
\begin{TV}
TV([-infinity,+infinity],[],"f","x",x^2,1,2)
\end{TV}
```

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	-	0	+
Variations de f	$+\infty$	0	$+\infty$

3. Voici ce que cela donne pour $g : t \mapsto \frac{t^2}{t^2-1}$ sur $[-10; +\infty[$:

```
\begin{TV}
TV([-10,+infinity],[-1,1],"g","t",x^2/(x^2-1),1,3)
\end{TV}
```

t	-10	-1	0	1	$+\infty$
Signe de $g'(t)$	+	+	0	-	-
Variations de g	$\frac{100}{99}$	$+\infty$	0	$-\infty$	1

4. Il y aura des problèmes pour des équations $f'(x) = 0$ que **XCAS** ne saurait pas résoudre de manière formelle. Il faudrait alors utiliser une résolution numérique et remplacer `resoudre` par `fsolve`. Mais dans les études demandées au Bac, l'étude des signes de la dérivée est possible formellement. Dans les cas plus exotiques, on peut faire le tableau « à la main ».

c. Tableau des variations avec théorème des valeurs intermédiaires

Si l'on veut mettre en évidence les solutions de l'équation $f(x) = a$, on utilise l'environnement TVI.

La syntaxe est :

```
TVI([borne inf, borne sup],[valeurs interdites],"nom fonction","nom variable",
expression en fonction de x,t,a,numero du tableau)
```

Par exemple, pour $f : x \mapsto \frac{x^2}{x^2-1}$ et l'équation $f(x) = 10$ on entre :

```
\begin{TVI}
TVI([-10,+\infty],[ -1,1],"f","x",x^2/(x^2-1),1,10,4)
\end{TVI}
```

et on obtient :

x	-10	α_1	-1	0	1	α_2	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+		+	+	0	-	-
Variations de f	$\frac{100}{99} \nearrow 10 \nearrow +\infty$		$-\infty \nearrow 0 \searrow -\infty$	$+\infty \searrow 10 \searrow 1$			

Les solutions sont notées α_1, α_2 , etc.
Si l'équation est plutôt $f(x) = -1$:

```
\begin{TVI}
TVI([-10,+\infty],[ -1,1],"f","x",x^2/(x^2-1),1,-1,5)
\end{TVI}
```

et on obtient :

x	-10	-1	α_1	0	α_2	1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+		+	+	0	-	-
Variations de f	$\frac{100}{99} \nearrow +\infty$		$-\infty \nearrow -1 \nearrow 0 \searrow -1 \searrow -\infty$	$+\infty \searrow 1$			

d. Tableaux de signes

Cas du produit de deux facteurs affines

Pour étudier le signe de $(-2x+3)(-x+5)$, on entre :

```
\begin{TSa}
TSa(-2,3,-1,5,6);
\end{TSa}
```

Le 6 correspond au numéro du tableau dans le document. On obtient :

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	5	$+\infty$	
Signe de $-2x+3$	$+$	0	$-$	$-$	
Signe de $-x+5$	$+$	$+$	0	$-$	
Signe de $(-2x+3)(-x+5)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Cas du produit d'un nombre quelconque de facteurs quelconques

Certains cas pathologiques ne vont pas fonctionner, mais sinon, pour étudier le signe de

$$(-2x+3)(x^2-1)(x^2+1)(x-1)(x^2-2)$$

On entre cette fois les expressions sous cette forme :

```
\begin{TS}
TS([-2*x+3,x^2-1,x^2+1,x-1,x^2-2],7);
\end{TS}
```

Le 7 correspond au numéro du tableau dans le document. On obtient :

x	$-\infty$	$-(\sqrt{2})$	-1	1	$\sqrt{2}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$		
Signe de $-(2 \cdot x) + 3$	+	+	+	+	+	0	-		
Signe de $(x)^2 - 1$	+	+	0	-	0	+	+		
Signe de $(x)^2 + 1$	+	+	+	+	+	+	+		
Signe de $x - 1$	-	-	-	0	+	+	+		
Signe de $(x)^2 - 2$	+	0	-	-	0	+	+		
Signe du produit	-	0	+	0	-	0	+	0	-

Signe d'un quotient

On entre :

```
\begin{TSq}
TSq("nom du quotient",[liste des facteurs du numérateur],[liste des
facteurs du
dénominateur],numéro du tableau dans le document)
\end{TSq}
```

Par exemple, pour étudier le signe de $\frac{(-2x+3)(-4x+5)}{(x^2-16)(x-2)}$:

```
\begin{TSq}
TSq("Q", [-2*x+3,-4*x+5],[x^2-16,x-2],8)
\end{TSq}
```

x	$-\infty$	-4	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	2	4	$+\infty$
Signe de $-(2 \cdot x) + 3$	+	+	+	0	-	-	-
Signe de $-(4 \cdot x) + 5$	+	+	0	-	-	-	-
Signe de $(x)^2 - 16$	+	0	-	-	-	0	+
Signe de $x - 2$	-	-	-	-	0	+	+
Signe de $Q(x)$	-	+	0	-	0	+	+

V - Nettoyage

L'extension `tabl` contient également une commande `\nettoyer`, qui, comme son nom l'indique, fait le ménage : on efface tous les fichiers auxiliaires créés et on garde uniquement les fichiers `eps` créés par **MetaPOST** ayant une extension sous forme de numéro.

Il suffit de taper `\nettoyer` juste avant le `\end{document}`



Pour les utilisateurs de Microsoft Windows, il faudra remplacer `rm` par `DEL`

On peut également stocker les tableaux dans un autre dossier avec la commande `\bouger{destination}`, qui, comme son nom l'indique, copie les fichiers `eps` vers `destination`. Il faudra le taper après `\nettoyer`

```
\nettoyer
\bouger{/home/moi/Desktop/}

\end{document}
```



Pour les utilisateurs de Microsoft Windows, il faudra remplacer `cp` par `XCOPY`

VI - Merci...

- ➡ à **Frédéric MAZOT** pour son fichier `tableauVariation.mp`;
- ➡ à **Yves DELHAYE** pour ses idées sur le `shell-escape`
- ➡ à **Bernard PARISSE** pour **XCAS**.

VII - Galerie

Voici quelques exemples de tableaux :

```
\begin{TVI}
TVI([-1,+\infty],[-1],"f","x",x^2/sqrt(x+1)-1,1,2,9)
\end{TVI}
```

x	-1	α_1	0	α_2	$+\infty$	
Signe de $f'(x)$		$-$	$-$	0	$+$	$+$
Variations de f		$+\infty$	2	-1	2	$+\infty$


```
\begin{TVI}
TVI([-1/2,+\infty],[],"f","x",x^2,1,2,10)
\end{TVI}
```

x	$-\frac{1}{2}$	0	α_1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$
Variations de f	$\frac{1}{4}$	0	2	$+\infty$

```
\begin{TVI}
TVI([0,+\infty],[0],"f","x",ln(x),1,2,11)
\end{TVI}
```

x	0	α_1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$		<div><div>+</div><div></div><div>+</div></div>	
Variations de f		<div><div><div><div>$-\infty$</div><div>2</div><div>$+\infty$</div></div></div></div>	


```
\begin{TV}
TV([1,+\infty],[],"f","x",-ln(x),1,12)
\end{TV}
```

x	1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$		—
Variations de f	0	 $-\infty$

```
\begin{TVI}
TVI([-pi,pi],[],"f","x",cos(x),1,1/2,13)
\end{TVI}
```

x	$-\pi$	α_1	0	α_2	π
Signe de $f'(x)$		+	0	-	-
Variations de f					

```
\begin{TV}
TV([0,2*pi],[],"f","x",cos(x),1,14)
\end{TV}
```

x	0	π	$2 \cdot \pi$
Signe de $f'(x)$	$-$	0	$+$
Variations de f			



Il y aura des problèmes si vous demandez un tableau des variations d'une fonction périodique sur un intervalle d'amplitude supérieure à la période, mais est-ce vraiment utile?...

```
\begin{TVI}
TVI([0,pi],[pi/2],"h","t",tan(x),1,7,15)
\end{TVI}
```

t	0	α_1	$\frac{\pi}{2}$	π
Signe de $h'(t)$		+	+	+
Variations de h				

```
\begin{TVI}
TVI([-1,1],[],"f","x",(1-x)*sqrt(1-x^2),1,1,16)
\end{TVI}
```


x	-1	α_1	$\frac{-1}{2}$	α_2	1
Signe de $f'(x)$	$+$	$+$	0	$-$	$-$
Variations de f	$0 \rightarrow 1 \rightarrow \frac{3}{4} \times \sqrt{3} \rightarrow 1 \rightarrow 0$				

```
\begin{TV}
TV([-1,+\infty],[-1],"f","x",ln(1+x)-(x-x^2/2+x^3/3),1,17)
\end{TV}
```

x	-1	0	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	$+$	0	$-$
Variations de f	$-\infty \rightarrow 0 \rightarrow -\infty$		

```
\begin{TS}
TS([-2*x+3,x-1,x+1,x^2+3*x+1],18);
\end{TS}
```

x	$-\infty$	$-\left(\frac{1}{2} \times \sqrt{5}\right) + \frac{-3}{2}$	-1	$\frac{1}{2} \times \sqrt{5} + \frac{-3}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
Signe de $-(2 \cdot x) + 3$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	0	$-$
Signe de $x - 1$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
Signe de $x + 1$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$
Signe de $(x)^2 + 3 \cdot x + 1$	$+$	0	$-$	0	$+$	$+$	$+$
Signe du produit	$+$	0	0	$+$	0	$+$	0

```
\begin{TVI}
TVI([-infinity,+\infty],[],"f","x",(x+2)*exp(x-1)-1,1,0,19)
\end{TVI}
```

x	$-\infty$	-3	α_1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$
Variations de f	$-1 \rightarrow -(e^{-4}) - 1 \rightarrow 0 \rightarrow +\infty$			

```
\begin{TVI}
TVI([-infinity,+\infty],[],"f","x",1+(-2*x+1)*exp(2*x),1,0,20)
\end{TVI}
```

x	$-\infty$	0	α_1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+	0	-	-
Variations de f	$ \begin{array}{c} \nearrow 2 \searrow 0 \\ 1 \quad \quad \quad -\infty \end{array} $			

```

\begin{TV}
TV([0,+\infty],[],"f","x",\ln(\exp(x)+x)-x,1,21)
\end{TV}

```

x	0	1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+	0	-
Variations de f	$ \begin{array}{c} \nearrow \ln\left(\frac{e^1+1}{e^1}\right) \searrow 0 \\ 0 \quad \quad \quad 0 \end{array} $		

```

\begin{TVI}
TVI([0,\pi],[],"f","x",\cos(x)-x,1,0,22)
\end{TVI}

```

x	0	α_1	π
Signe de $f'(x)$	-	-	-
Variations de f	$ \begin{array}{c} \searrow 0 \searrow -\pi-1 \\ 1 \end{array} $		

```

\begin{TVI}
TVI([0,+\infty],[0],"f","x",\ln(x)-(\ln(x))^2,1,-1,23)
\end{TVI}

```

x	0	α_1	$e^{\frac{1}{2}}$	α_2	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+	+	0	-	-
Variations de f	$ \begin{array}{c} \nearrow -1 \nearrow \frac{1}{4} \searrow -1 \searrow -\infty \\ -\infty \end{array} $				