

The fontsetup package

by

Antonis Tsolomitis
University of the Aegean
Department of Mathematics

28 July 2023

Version 1.5, GPL3

This package is a simple wrapper-type package that makes the setup of fonts easy and quick for XeLaTeX and LuaLaTeX. You just load the package using one of the supported fonts as an option.

The target is to provide easy access to fonts with a matching Mathematics font available in TeX distributions plus a few commercial if available.

The package will include more font combinations in the future, however there are some restrictions. The fonts must have some commercial-level quality and must support Mathematics.

Starting with version 1.01 the package is split in two; the main package called “fontsetup” and the fontsetup-nonfree package that contains the support and sample files for the non-free fonts. This facilitates the installation for users of texlive since the latter does not install the support for non-free fonts. For a user who wants to install the support for non-free fonts (Cambria, Lucida, Adobe-Minion, MS-Garamond, and Linotype-Palatino) it can be easily done following the guide for the contrib repository here:

<https://contrib.texlive.info>

The main package will load the style files for the nonfree fonts if the fontsetup-nonfree package is installed; that is, there is no other package that the user needs to load in the TeX file.

The options (in alphabetic order after the default option) are as follows:

default Loads the NewComputerModern fonts (in Book weight), which is an assembly of cm fonts plus more fonts to support Greek (cbgreek) and Cyrillic languages. It also provides

- the option “upint” for switching to upright integrals in mathmode.
- the option “varnothing” for changing the default symbol for the empty set (\emptyset) to the `\varnothing` symbol (\varnothing) in mathmode.
- commands to access prosgegrammeni instead of ypogegrammeni for capitals and small capitals, by writing `\textprosgegrammeni{<text>}` or `\prosgegrammeni <text>`.
- commands to access 4th and 6th century bce Greek by writing `\textivbce{<text>}` or `\ivbce <text>` and `\textvibce{<text>}` or `\vibce <text>`. For example, write `\textivbce{ΕΠΙΚΟΤΡΟΣ}` to get ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ.
- commands to access Sans Greek (upright and oblique) in math mode although these are not included in the unicode standard. The commands follow the unicode-math.sty notation, so to get Λ and π you write `$_\text{msansLambda}$` and `$_\text{mitsanspi}$`.
- commands to access the Ancient Greek Numbers (Unicode u10140–u1018E) documented in the Appendix
- commands to access the negation of uniform convergence symbols `\nrightrightarrows` for \nrightarrow and `\nleftleftarrows` for \nleftarrow .
- commands to access the IPA symbols. These are `\ipatext` and `\textipa{...}` to select the fonts for IPA symbols locally. Compare $\delta\eta\beta\theta\chi$ (produced with `\textipa{\delta\eta\beta\theta\chi}`) with $\delta\eta\beta\theta\chi$. `\textoldipa` is also available (check the documentation of the NewComputerModern family).
- If the xgreek package is loaded before fontsetup this will be detected and the package will load the fonts with correct anoteleia, greek guillemots and proper apostrophe for Greek. It will also enable the commands `\leftgrquotes` and `\rightgrquotes` for proper quotes inside quotes. For an example, writing

«φώναζε: \leftgrquotes απ' έξω την προπαίδεια\rightgrquotes· σαν εκδίκηση ακουγόταν\ldots will give

«φώναζε: “απ’ έξω την προπαίδεια,,»· σαν εκδίκηση ακουγόταν...

For more information and references see the documentation of the NewComputerModern font family.

- commands to access “up” versions of Greek letters for Chemistry: Use `chemalpha`, `\chembeta`, `\chemgamma` etc and similarly for uppercase (`\chemAlpha` etc). For example, `\chembeta-gucan` gives “β-gucan” and `\chemkappa-component` gives “κ-component”.
- commands for Medieval Latin and Uncial Greek: use `{\uncial text}` or `\textuncial{text}`.

olddefault Loads the NewComputerModern fonts (in Regular weight) similarly to the default option.

cambria Loads the Cambria fonts of Microsoft. These must be already installed as a system font (in `C:\Windows\Fonts` in MS-Windows, in `/home/user/.fonts/` in Linux or elsewhere by the system administrator). This option works only if `fontsetup-nonfree` is installed.

concrete Loads the Concrete fonts from the `cmu` package with Concrete-Math font for mathematics.

ebgaramond Loads the EB-Garamond fonts with Garamond-Math.

erewhon Loads the Erewhon fonts with Erewhon-Math.

euler Loads the Concrete fonts with the Euler-Math for Mathematics. This option replaces the older option **neoeuler** which was using the neoeuler font. This font has continued its development as Euler-Math. I want to thank Shyam Sundar for helping with the proper setup of the support for the math font and it’s fallback to TeX Gyre Pagella for glyphs not yet covered by Euler-Math. *Important notice:* the fallback mechanism is slow. Expect delays at each run.

fira Loads the Fira family, a sans-serif font.

gfsartemisia Loads the GFSArtemisia, a font family designed to be used as a Times replacement. The Mathematics is from `stix2` but latin and greek letters are substituted from GFSArtemisia to provide a better match.

gfsdidotclassic Uses the GFSDidotClassic for Greek with GFSPorson for italic. The latin part is URW garamond. The Mathematics is from Garamond-Math but the greek letters are substituted from GFSDidotClassic to provide a better match. Notice that the Bold versions of the Greek fonts are faked using `fontspec` mechanism as the Greek part does not have bold versions.

gfsdidot Loads the GFSDidot fonts. NewCMMath-Book is the Mathematics font, but latin and greek letters are substituted from GFSdidot to provide a better match.

gfsneohellenic Loads the GFSNeohellenic family with GFSNeohellenic-Math.

kerkis Loads the kerkis font family and `texgyrebonum-math`.

libertinus Loads the Libertinus and LibertinusMath fonts.

lucida Loads the Lucida font family if available (a commercial font). This option works only if `fontsetup-nonfree` is installed.

minion Loads the MinionPro family. To install it, find the fonts MinionPro and MyriadPro from the installation of Adobe PDF Reader and install the fonts to your system (in `C:\Windows\Fonts` in MS-Windows, in `/home/user/.fonts/` in Linux or elsewhere by the system administrator). Moreover, install the supplied `fspmnscl.otf` as a system font to have access to Greek small caps. Mathematics is from `stix2` with letters replaced from MinionPro. Sans is MyriadPro. This option works only if `fontsetup-nonfree` is installed.

msgaramond Loads the MS-Garamond fonts. These must be system installed (in C:\Windows\Fonts in MS-Windows, in /home/user/.fonts/ in Linux or elsewhere by the system administrator). Mathematics is from Garamond-Math with letters replaced from MS-Garamond. This option works only if fontsetup-nonfree is installed.

neoeuler This option is preserved for backwards compatibility. See option **euler**.

oldstandard Loads the OldStandard fonts. Mathematics is from Garamond-Math with letters replaced from OldStandard.

palatino Loads the Linotype Palatino Fonts available from some versions of Windows. The fonts must be system installed (in C:\Windows\Fonts in MS-Windows, in /home/user/.fonts/ in Linux or elsewhere by the system administrator). The supplied fsplpscel.otf must be also system-installed to allow access to Greek small caps. Mathematics font is texgyrepagella-math. This option works only if fontsetup-nonfree is installed.

stixtwo Loads the stix2 fonts, a Times-type font.

talos Loads the NewCM Book weight with the Greek cult font Talos.

times Loads the FreeSerif fonts, a Times font and stix2 for Mathematics with letters replaced from FreeSerifb.

xcharter Loads the XCharter fonts and the XCharter-Math font. The option **upint** is provided for upright style integrals. The sans fonts are CabinCondensed and the mono fonts are Inconsolatazi4.

You do not need to load **fontspec**. This, as well as **unicode-math**, are automatically loaded. A minimal file is

```
\documentclass{article}
\usepackage[default]{fontsetup}
\begin{document}
...
\end{document}
```

The switch to another font is trivial. You just change the option of **fontsetup** to another among the supported ones.

Summary of installation steps to support all fonts

To access commercial fonts supported by this package check the documentation of the fontsetup-nonfree package.

You can indeed suggest a new combination of fonts and I will add them. However, I do reserve the right to reject them if the font quality is bad or if Mathematics is not supported with a matching font.

Samples for the free fonts follow. Samples for the nonfree fonts can be found in fontsetup-nonfree/doc/fontsetup-nonfree-doc.pdf

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) *Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable functions so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int(g - f) \leq \liminf \int(g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) *Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε*

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int(f - g) \leq \liminf \int(g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

ComputerModern fonts (old Regular weight): option olddefault

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) *Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable functions so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int(g - f) \leq \liminf \int(g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) *Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε*

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int(f - g) \leq \liminf \int(g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Concrete fonts: option concrete

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) *Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable functions so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) *Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε*

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) *Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable functions so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) *Εστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε*

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) *Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable functions so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Concrete fonts and Euler-Math: option euler

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) *Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable functions so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) *Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε*

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable functions so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable functions so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable functions so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable functions so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int(g - f) \leq \liminf \int(g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int(f - g) \leq \liminf \int(g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable functions so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable functions so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable functions so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) *Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable functions so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) *Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε*

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable functions so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) *Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable functions so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int(g - f) \leq \liminf \int(g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) *Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε*

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int(f - g) \leq \liminf \int(g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable functions so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int(g - f) \leq \liminf \int(g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int(f - g) \leq \liminf \int(g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Theorem 1 (Dominated convergence of Lebesgue) Assume that g is an integrable function defined on the measurable set E and that $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ is a sequence of measurable functions so that $|f_n| \leq g$. If f is a function so that $f_n \rightarrow f$ almost everywhere then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n = \int f.$$

Proof: The function $g - f_n$ is non-negative and thus from Fatou lemma we have that $\int (g - f) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Since $|f| \leq g$ and $|f_n| \leq g$ the functions f and f_n are integrable and we have

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

so

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Θεώρημα 2 (Κυριαρχημένης σύγκλισης του Lebesgue) Έστω ότι η g είναι μια ολοκληρώσιμη συνάρτηση ορισμένη στο μετρήσιμο σύνολο E και η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ είναι μια ακολουθία μετρήσιμων συναρτήσεων ώστε $|f_n| \leq g$. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια συνάρτηση f ώστε η $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ να τείνει στην f σχεδόν παντού. Τότε

$$\lim \int f_n = \int f.$$

Απόδειξη: Η συνάρτηση $g - f_n$ είναι μη αρνητική και άρα από το Λήμμα του Fatou ισχύει $\int (f - g) \leq \liminf \int (g - f_n)$. Επειδή $|f| \leq g$ και $|f_n| \leq g$ οι f και f_n είναι ολοκληρώσιμες, έχουμε

$$\int g - \int f \leq \int g - \limsup \int f_n,$$

άρα

$$\int f \geq \limsup \int f_n.$$

Appendix A

Ancient Greek Numbers

The following table lists the commands and the symbol produced for the Unicode range u10140--u1018E.

\atticonequarter)	\hermionianfifty	Ϟ
\atticonehalf	(\thespianfifty	IE
\atticonedrachma	ⱥ	\thespianonehundred	HE
\atticfive	Γ	\thespianthreehundred	TE
\atticfifty	Δ	\epidaurianfivehundred	Γ
\atticfivehundred	HE	\troezenianfivehundred	Π
\atticfivethousand	HE	\thespianfivehundred	IHE
\atticfiftythousand	ME	\carystianfivehundred	Fr
\atticfivetalents	Fr	\naxianfivehundred	HH
\attictentalents	Δ	\thespianonethousand	Y
\atticfiftytalents	Δ	\thespianfivethousand	Fr
\atticonehundredtalents	HH	\delphicfivemnas	Π
\atticfivehundredtalents	HE	\stratianfiftymnas	Δ
\atticonethousandtalents	X	\greekonehalfsign	∠
\atticfivethousandtalents	HE	\greekonehalfsignalt	ϣ
\atticfivestaters	Fr	\greetwothirdssign	ω
\attictenstaters	Δ	\greekthreequarterssign	Ϣ
\atticfiftystaters	Δ	\greekyearsign	ϣ
\atticonehundredstaters	HE	\greetalentsign	ϣ
\atticfivehundredstaters	HE	\greekdrachmasign	<
\atticonethousandstaters	X	\greekobolsign	~
\attictenthousandstaters	M	\greetwoobolssign	≈
\atticfiftythousandstaters	ME	\greekthreebolssign	f
\attictenmnas	Δ	\greekfourbolssign	f
\heraleumoneplethron	Fr	\greekfivebolssign	f
\thespianone	▷	\greekmetretessign	E
\ermionianone	P	\greekkyathosbasesign	K
\epidauriantwo	:	\greeklytrasign	Γ
\thespiantwo	∠	\greekounkiasign	ρ
\cyrenaictwodrachmas	∠	\greekxestessign	ω
\epidauriantwodrachmas	∠	\greekartabesign	τ
\troezenianfive	Fr	\greekarourasign	υ
\troezenianten	∠	\greekgrammasign	Γ
\troezeniantenalt	X	\greektryblionbasesign	q

<code>\hermionianten</code>	\mathbb{A}	<code>\greekzerosign</code>	ϖ
<code>\messenianten</code>	\mathbb{M}	<code>\greekonequartersign</code>	ϱ
<code>\thespiananten</code>	\mathbb{D}	<code>\greeksinusoidsign</code>	\wp
<code>\thespianthirty</code>	\mathbb{D}	<code>\greekindictionsign</code>	\mathfrak{d}
<code>\troezenianfifty</code>	\mathbb{I}	<code>\nomismasign</code>	\mathring{N}
<code>\troezenianfiftyalt</code>	\mathbb{I}		